EL 30 (1990), 121-138
A. LLINARÈS

VERSION FRANÇAISE DE LA PREMIÈRE PARTIE DE LA *QUADRATURE ET TRIANGULATURE DU CERCLE*

En publiant les *Principes et questions de théologie* (Paris, Ed. du Cerf, 1989), tirés du *De Quadratura,* de Lulle, le P. Prévost et moi-même avons pensé qu'il était inutile de procurer une traduction de la partie mathématique de l'oeuvre.

A cela nous avions plusieurs raisons, dont la première nous était fournie par Lulle lui-mème. Si le titre initial de l'oeuvre est bien, en effet, *De la quadrature et de la triangulature du cercle,* le titre final retenu par l'auteur est celui de *Principes de théologie.* S'agissant d'un ouvrage publié dans la collection "Sagesses chrétiennes", il importait de mettre sous les yeux du lecteur la théologie de Lulle et non ses connaissances mathématiques. La démarche mathématique de l'auteur n'est au fond qu'un prétexte à présenter ses principes théologiques suivant un certain ordre, et rien de plus. Cette démarche a été résumée dans mon introduction aux *Principes et questions de théologie.*

Il apparaît d'ailleurs que le propos mathématique de Lulle, outre qu'il ne conduit pas à une conclusion fondée —il ne peut en être autrement, puisque le problème de la quadrature du cercle est insoluble—, manque de cohérence. Il manque de cohérence en lui-même et par rapport à la démarche qu'il suit sur le même sujet dans sa *Nova geometria,* écrite vers la même époque à Paris, tout comme le *De quadratura.* La comparaison entre les deux démarches mériterait à elle seule une étude, mais il était inopportun de l'entreprendre dans mon introduction. Ce que celle-ci a signalé en revanche c'est que, dans le *De quadratura,* la démarche de Lulle, en apparence cohérente, ne l'est guère. Il y a en effet chez lui confusion entre le cercle, qui est une surface, et la circonférence, qui est une ligne. Parti de l'idée qu'un cercle, denommé "blanc", peut être divisé en deux, en trois, en quatre parties égales, il passe allègrement à l'idée que le cercle peut également contenir des polygones dont le périmètre, augmenté d'une certaine "ligne mathématique", équivaut à la circonférence du cercle circonscrit. On passe ainsi de la notion de surface à celle de ligne.

J'ajouterai que le *De quadratura* est pour l'instant totalement inédit en catalan, mais que, dans sa version latine, la partie mathématique a été publiée. Nous avons donc pensé que les curieux de mathématique médiévale pouvaient s'y référer. Toutefois, pour répondre aux bienveillantes remarques de certains lecteurs, je publie la traduction de ces quelques pages suivant un manuscrit catalan, puisque l'oeuvre a d'abord été écrite par Lulle dans sa langue natale.

Pour conclure, j'espère que la publication du texte complet du *De quadratura,* en catalan et en latin, ne tardera pas trop. Je sais combien on s'active à Majorque même, à Barcelone aussi, et, bien entendu, au Raimundus-Lullus-Institut de Freiburg, pour nous procurer les textes de Lulle qui nous manquent encore.

Traduction du ms 607, Hisp. 64, fol. 1-5v° de la Bayerische Staatsbibliothek de Munich

(1r°) Dieu de gloire, avec votre grâce, votre vérité et votre aide, nous allons étudier la quadrature et la triangulature du cercle.

Pour étudier la quadrature et la triangulature du cercle nous utiliserons la méthode de l'*Art général,*[1] car ses principes généraux et ses règles aident à découvrir les secrets de la nature.

Comme les mesures des lignes droites et celles des lignes courbes ne se font pas de la même façon, on ne peut mesurer les courbes avec un compas,[2] comme les droites. C'est donc avec l'imagination qu'il faut mesurer mathématiquement[3] les droites et les courbes perçues dans le sujet concret.[4] Pour parvenir exactement à ce résultat, nous allons décrire quatorze cercles grâce auxquels nous découvrirons ce que nous désirons savoir.

---

[1] *Art général,* sans autre précision, alors que dans le *Tractat d'astronomia,* de la même époque, Lulle se réfère à la *Taula general.* Voir notre édition du *Traité d'astrologie* (Paris, Stock, 1988).

[2] Lignes courbes = *linees circulars.* On ne peut mesurer une courbe, on doit la calculer.

[3] Mathématiquement = *matematicalment.*

[4] Le sujet concret = *sobiect vissible.* Il s'agit du cercle sur lequel portera le raisonnement.

Division du livre

Ce livre se divise en deux parties. La première concerne les quatorze cercles, l'étude de la quadrature et de la triangulature du cercle, l'étude de la triangulature du carré.[5]

La seconde partie montre le profit que l'on peut tirer de ce qui a été connu dans la première partie. En effet, grâce aux significations des mesures et des divisions des cercles en carrés et en triangles, on peut connaître les principes propres et particuliers des sciences selon la méthode de l'*Art général,* voie et moyen de connaître les principes particuliers des sciences particulières. C'est pourquoi[6] nous étudierons dans cette seconde partie du livre les principes de la théologie, de la philosophie, du droit, de la médecine, et d'autres sciences[7] dont les principes ont déjà été découverts par les spécialistes.

Quant à nous, nous voulons les découvrir méthodiquement[8] grâce à la signification des cercles et à l'*Art général,* en indiquant ce que signifient les figures et les divisions des cercles. Ces principes sont utiles dans la mesure où la connaissance de principes généraux appliqués aux principes particuliers permettra de mieux connaître ces derniers.

Première partie

Premier cercle

Le premier cercle, blanc, est égal aux autres cercles, car les quatorze cercles[9] sont égaux. Ce cercle blanc signifie qu'il peut contenir en lui-même toutes les figures et toutes les mesures des autres cercles. C'est pourquoi[10] il représente une mesure générale divisible en plusieurs mesures particulières. Il représente une unité générale qui, mentalement, peut être comprise et connue en tant que préparation à l'étude et à la découverte des mesures particulières qui découlent d'une mesure générale.

---

[5] Carré = *quadrangle*, c'est-à-dire un quadrilatère dont les côtés et les angles sont égaux.
[6] C'est pourquoi = *per raó d'açò.*
[7] Le propos initial de Lulle est ambitieux. En fait, les notions géométriques qu'il va développer ne s'appliqueront qu'à la théologie.
[8]. Méthodiquement = *per art.*
[9] Les quatorze cercles = *los .xiiii. cercles en quant figura circular.*
[10] C'est pourquoi = *per amor d'açò*: ce sera désormais l'expression employée.

Deuxième cercle

Le deuxième cercle est divisé en deux parties par un diamètre,[11] comme on le voit.[12] Ces deux parties équivalent au cercle et le cercle équivaut à elles deux, tout comme des parties équivalent à leur tout, tandis que le tout équivaut à ses parties.

Ce cercle proposé dans ce (1v°) traité signifie que la division opérée est d'abord celle de l'unité en deux parties et qu'elle se fait en une seule fois. Ainsi, le cercle blanc, par la nature du nombre et de la multiplication opérée par division,[13] est d'abord divisible par une seule ligne avant de l'être par deux, afin que le nombre de deux parties soit avant le nombre de trois ou de plusieurs parties.

Ce cercle est donc proposé dans ce traité pour signifier que, de même qu'il est divisible en deux parties égales, le troisième cercle l'est en trois parties égales par trois lignes égales, car un diamètre [14] du deuxième cercle équivaut à deux demi-diamètres [15] du troisième cercle. Ces demi-diamètres, auxquels s'ajoute un troisième, divisent le cercle en trois parties égales. Ainsi s'opère une progression [16] qui, en utilisant d'abord une première ligne, divise le cercle en deux parties, comme il apparaît dans le deuxième cercle.

Troisième cercle

Trois demi-diamètres [17] divisent le troisième cercle en trois parties égales, qui, ensemble, équivalent au cercle, tandis que lui-même équivaut à ses trois parties, qui équivalent au tout, tout comme les deux parties du deuxième cercle, puisque les cercles sont égaux. Si un diamètre du deuxiè-

---

[11] Diamàtre = *linea diemetral*. Tout diamètre partage le cercle en deux demi-cercles.

[12] Comme on le voit = *segons que en ell apar*. La description de chacun des quatorze cercles s'accompagne d'une figure marginale. Ici, nous avons reproduit les figures de la publication de Hofmann.

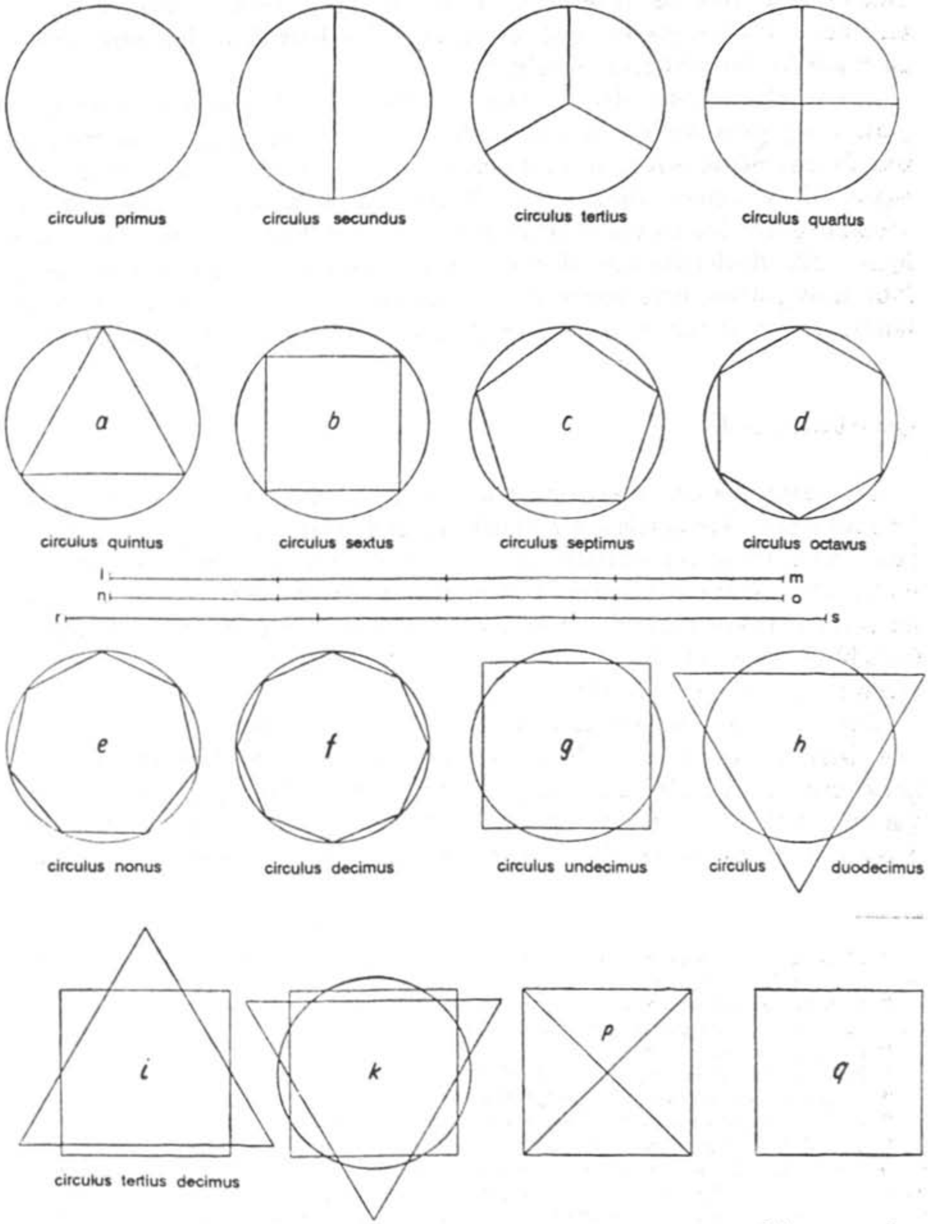
[13] La multiplication opérée par division = *multiplicació feta per divisió*. Formule curieuse, qui s'explique: on obtient deux demi-cercles en divisant le cercle par un diamètre.

[14] Un diamètre = *.i. na diametra*.

[15] Deux demi-diamètres = *dues (mijas diametrals linees)*. Les mots entre parenthèses ont sauté, mais figurent immédiatement après. Ces *mijas diametrals linees* sont des rayons = *radis*. Mais ce mot ne figure pas dans le vocabulaire lullien, et probablement pas dans le vocabulaire du catalan médiéval. En français, le mot *rayon* n'est attesté que depuis le XVI^{e} siècle.

[16] Progression = *successiva divissió*. Il s'agit d'une progression arithmétique de raison un, qui permet de diviser le cercle en deux, trois, quatre parties, puis d'y inscrire des polygones de trois, quatre, cinq, six, sept, huit côtés.

[17] Demi-diamètres = *miges diametras*.



M. fol. 1^r-1^v = C, fol 173^r.

me cercle n'équivaut pas à trois demi-diamètres du troisième cercle, c'est parce que le troisième demi-diamètre du troisième cercle a, dans ce cercle, un sujet et un lieu propre, distinct du sujet des deux demi-diamètres égaux au diamètre du deuxième cercle.[18]

Ce cercle est ainsi disposé pour signifier que, de même que ses trois parties, séparées par les trois demi-diamètres, lui sont égales, quatre parties du quatrième cercle lui sont égales aussi, puisque tous les cercles sont égaux. Il est signifié ainsi que la division en deux parties égales est devenue une division en trois parties égales par trois lignes, et que, par quatre lignes, elle deviendra une division en quatre parties égales. Ainsi, pour faire trois parties, trois lignes valent plus que deux, quatre plus que trois, tandis que deux parties équivalent à trois, trois équivalent à quatre.[19]

Quatrième cercle

Le quatrième cercle est divisé en quatre parties égales qui, ensemble, lui sont égales. Ce cercle est partagé par deux diamètres[20] qui se coupent l'un l'autre en se rencontrant au centre. Ce centre est un point situé au milieu des quatre demi-diamètres et des quatre parties du cercle: c'est un point mathématique,[21] invisible et imaginaire.[22] Ce point est le centre invisible,[23] pour que les lignes et les parties puissent s'associer et se rencontrer dans l'unité du sujet.

Dans ce quatrième cercle nous commençons à démontrer et à prouver que dans le cinquième cercle il y a une ligne naturelle, tirée du cercle,[24] qui équivaut à un côté du triangle. Quatre lignes égales partagent ce cinquième cercle en quatre parties égales,[25] tout comme quatre lignes égales divisent le quatrième cercle en quatre parties égales; et de même que qua-

---

[18] Alors que les deux premiers demi-diamètres équivalent au diamètre du deuxième cercle, le troisième rayon n'appartient qu'au troisième cercle.

[19] Si trois ou quatre rayons sont supérieurs à deux ou trois, deux parties sont égales à trois, puisque le cercle partagé est toujours le même.

[20] Diamètres = *linees diametres.*

[21] Point mathématique = *punt matamatich.*

[22] Imaginaire ou imaginable = *ymaginable.*

[23] Invisible, et non indivisible (*indivissible*), comme l'indique le manuscrit.

[24] Une ligne naturelle tirée du cercle = *.i.na linea natural que sia della materia del cercle,* c'est-à-dire un arc de cercle. Il faudra admettre que celui-ci, appelé plus bas *linea matamatica,* est de même longueur que le côté du triangle équilatéral inscrit dans le cercle, et que, ajouté au périmètre du triangle, il donnera une longueur égale à la circonférence du cercle. C'est là, bien entendu, un postulat discutable.

[25] Quatre lignes, quatre parties égales: assertion inexacte et contredite un peu plus bas. Voir ci-dessous note 27.

tre lignes du quatrième cercle le divisent en quatre (2r°) parties égales qui équivalent aux trois du troisième cercle et aux deux du deuxième cercle, quatre lignes égales du cinquième cercle divisent celui-ci en quatre parties égales, qui équivalent aux divisions du deuxième, du troisième et du quatrième cercle. Si elles ne leur étaient pas égales, l'ordre de division du quatrième cercle en parties égales serait interrompu, ce qui est impossible, puisque le cinquième cercle est égal aux autres. Les quatre parties du cinquième cercle, déterminées par quatre lignes égales, équivalent donc aux quatre parties du quatrième.[26]

Les quatre parties visibles, contenues dans le cinquième cercle, ne peuvent être divisées en quatre parties égales, parce qu'elles ne le sont pas, puisque le triangle, désigné par la lettre A, est plus grand que chacune des autres parties.[27] Puisque les trois côtés du triangle ne divisent pas le cercle en quatre parties égales, comme cela se voit, il faut que, comme dans le quatrième cercle, trois lignes et une autre, toutes égales, divisent le cercle en quatre parties égales. Ainsi les trois côtés visibles du triangle inscrit dans le cinquième cercle partagent naturellement le cercle avec une autre ligne, mathématique.[28] C'est elle que nous recherchons et que nous voulons connaître, car, avec elle et les trois côtés du triangle, on peut former un carré qui équivaudra aux quatre lignes dont il est question. Le cinquième cercle pourra être carré,[29] ce qui sera montré dans le onzième cercle.

Cinquième cercle

Un triangle A est inscrit dans le cinquième cercle. Celui-ci est ainsi divisé en quatre parties inégales, comme nous venons de le dire, puisque A est plus grand que chacune des autres parties.

(Que les trois côtés de A et une ligne mathématique, égale à un côté

---

[26] Deux changements se sont produits: 1) l'apparition d'une "ligne mathématique", complément du périmètre de la figure inscrite dans le cercle; 2) le passage de la notion de cercle à celle de circonférence, elle aussi dénommée *cercle*. De la quadrature du cercle on est passé à celle de la circonférence, rendue manifeste par l'utilisation du compas, qui ne peut mesurer d'ailleurs que des droites. Le mot *circumferència*, pourtant attesté dans l'*Arbre de ciència*, XIV, ii, 11, 111, n'est pas employé ici.

[27] Le périmètre du triangle inscrit est plus grand que chacun des trois arcs de cercle sous-tendus, mais il est inférieur à la circonférence du cercle, et chacun des côtés est inférieur à l'arc de cercle qu'il sous-tend.

[28] Ligne mathématique = *linea matematica*. Il s'agit d'un arc de cercle variable suivant les polygones inscrits dans le cercle.

[29] Pourra être carré (du verbe "carrer" = trouver le carré équivalent à un cercle) = *porra esser quadrat*.

de A, divisent le cercle en quatre parties égales, c'est ce que nous allons démontrer de la manière suivante:

Avec un compas je prends quatre longueurs égales aux côtés de A, et avec ces quatre longueurs je trace une ligne droite continue LM. Je suppose que A est égal à trois parties du cercle dans lequel il est inscrit, que les trois arcs de cercle équivalent à quatre parties du cercle, et que le cercle entier équivaut à sept parties égales. Ceci posé, je fais la démonstration suivante:

Avec un compas je mesure le cercle de D qui contient un hexagone,[30] et je développe six longueurs qui équivalent à son périmètre. Je suppose alors que chacun des six arcs de cercle[31] extérieurs à D équivaut à une septième longueur. Avec cette longueur et les six côtés de l'hexagone je trace une ligne NO que je divise en quatre parties égales. Puis je mesure LM et NO. Je constate qu'elles sont égales, et que, par conséquent, sont égales les parties dont elles sont composées. Avec les quatre parties de LM je construis le carré P, et avec les quatre parties de NO je construis le carré Q. Je constate que les deux carrés sont égaux, tout comme LM égale NO.

Il est ainsi démontré que A est égal à trois parties du cercle et que les trois arcs de cercle en valent quatre. Ainsi sept parties du huitième cercle ne valent que sept parties du cinquième, comme cela apparaît avec l'égalité de LM et de NO et des deux carrés P et Q. Le cinquième cercle équivaut donc à sept lignes égales qui divisent mathématiquement le cercle en sept parties égales. De ces sept lignes je forme le carré P, dans lequel le cercle a été naturellement carré, ce qui apparaît dans le onzième cercle.

Nous avons donc prouvé que l'on peut carrer le cercle, ce que nous prouverons encore par la suite.

Dans le cinquième cercle, le mode de division et de multiplication est différent de celui des cercles deux, trois et quatre, dont les parties étaient déterminées par des diamètres qui se rencontraient au centre du cercle. En revanche, dans A, B, C, D, E, F, cela se passe en dehors du centre.[32] Les divisions des cercles deux, trois et quatre étaient égales. Avec le cinquième cercle commencent les divisions inégales et particulières, puisque le périmètre de A est supérieur à l'un des trois arcs de cercle, comme le périmètre de B est supérieur à l'un des quatre arcs de cercle, et comme il en est de même pour C, D, E, F. De même B est plus grand que A,

[30] Hexagone = *hexagonum*.

[31] Six arcs de cercle = *sex lunulae*. Equivalent catalan *luneta*: voir ci-dessous note 39.

[32] Cela se passe en dehors du centre = *de A, B, C, D, E, F, fit extra centrum*. On est passé de la quadrature du cercle à celle de la circonférence. Voir ci-dessus note 25.

C plus grand que B, D plus grand que C, E plus grand que D et F plus grand que E. C'est pourquoi on peut connaître dans quelles figures les principes sont généraux ou spéciaux, c'est-à-dire individuels.)[33]

On peut encore savoir comment la figure A, inscrite dans le cercle, peut être augmentée jusqu'à devenir égale au cercle. Ainsi, en multipliant indéfiniment les cercles et en les divisant progressivement comme sont divisés les cercles de A à F, on obtiendrait un cercle qui aurait tant de points qu'il en serait plein.[34] Mais cela ne pourrait être perçu, parce que le compas ne pourrait atteindre ces infimes parties.

Sixième cercle

Un carré B est inscrit[35] dans le sixième cercle. Il équivaut à quatre parties du cercle, ce qui signifie que chacun de ses côtés en est le quart, comme chaque côté de A en était le tiers. Comme les quatre côtés de B sont égaux, cela signifie qu'ils équivalent à quatre parties du cercle, de même que les trois côtés de A équivalaient à ses trois parties. Grâce au triangle et au carré on peut donc connaître les mesures du cercle.

Il est une autre façon de signifier la progression du nombre.[36] En s'accroissant d'une unité, le nombre passe de quatre à cinq, de cinq (2v°) à six, etc. Puisqu'il en est ainsi, une ligne mathématique est en puissance dans le sixième cercle, égale à un côté de B et représentant la cinquième partie du cercle. C'est cette ligne que nous recherchons et désirons connaître: elle signifie que le septième cercle peut circonscrire un pentagone[37] qui équivaut à cinq parties du cercle. Aussi est-il utile aux géomètres de connaître les significations précédentes pour comprendre comment le cercle blanc contient en puissance le triangle, le carré, le pentagone, l'hexagone, l'heptagone, l'octogone.[38]

Il vient d'être dit que dans ce sixième cercle est en puissance une ligne qui équivaut à un côté de B. Nous allons prouver d'une manière concrète qu'il en est ainsi.

---

[33] La partie entre parenthèses manque dans le manuscrit catalan. Elle est traduite du banuscrit latin Clm 10510, Bayerische Staatsbibliothek de Munich, fol. 3v°-4r°.

[34] En multipliant indéfiniment les polygones inscrits (sous-entendu: toujours selon la même progression), on arriverait à faire coïncider polygone et cercle.

[35] Est inscrit = *esta en lo mig.*

[36] Progression du nombre = *per successió e per multiplicació de nombre.*

[37] Pentagone = *cinquè angle.*

[38] Hexagone = *sextangle;* heptagone = *setangle*; octogone = *octangle.* La désignation des polygones sur le modèle du triangle est très logique, puisqu'elle s'appuie toujours sur la notion d'angle.

Avec un compas je mesure et je trace une ligne NO égale aux quatre côtés de B, augmentés d'une longueur égale à un côté et qui équivaut au cinquième du cercle. Ces cinq longueurs sont égales à NO, comme on peut le vérifier avec le compas. Comme NO est égal à LM, il est démontré que, de même que LM équivaut aux trois côtés de A augmentés d'une quatrième ligne, NO équivaut aux quatre côtés de B augmentés d'une cinquième ligne.

Il a été prouvé que la cinquième ligne est la cinquième partie du cercle, matériellement tirée des quatre arcs de cercle,[39] et que B équivaut aux quatre parties du cercle. Toutes ces mesures ayant été considérées, après avoir mesuré les quatre côtés de B et la cinquième partie du cercle,[40] avec ces mesures on trace LM et un carré qui équivaut à NO et à B, augmenté d'une cinquième ligne. Ce carré est celui que nous recherchons, car le cercle est carré en lui, et il équivaut aux carrés P et Q.[41] C'est le carré de I.[42]

Septième cercle

Le pentagone C est inscrit dans le septième cercle. Nous allons rechercher la quadrature de ce cercle de la manière suivante:

Par sa nature quinaire, le pentagone est divisible en cinq parties égales, de même que par sa nature quaternaire le carré est divisible en quatre parties égales, que par sa nature ternaire le triangle l'est en trois parties, etc. Les polygones généraux,[43] mentionnés ci-dessus, sont divisibles selon la division générale propre à chacun d'eux: le triangle est divisible en trois parties, par triangularité, le carré en quatre par quaternité, le pentagone, l'hexagone, etc. Chaque polygone général a donc sa division propre et naturelle en parties égales,[44] le triangle en trois, le carré en quatre, etc. Quand le triangle est divisé en trois parties inégales, sa divi-

---

[39] Arc de cercle = *luneta*. Ce mot n'est pas attesté dans les oeuvres catalanes de Lulle déjà publiées, et n'est donc pas répertorié dans le *Glossari general lul·lià*, de M. Colom Mateu.

[40] Le texte est probablement altéré, puisqu'on lit: *mensurades les .iiii. linees de B en l'angle blanch, per ço car no es tan agut com l'angle de A, qui cové esser mesurat en la superficies del cercle.*

[41] Au lieu de Q, on lit C. Or, C est le pentagone du septième cercle.

[42] Le carré de I, c'est-à-dire celui du treizième cercle.

[43] Polygones généraux = *generals angles*. Il s'agit du pentagone, du carré et du triangle, qui viennent d'être mentionnés. Tout trois sont réguliers, ... puisque chacun a des côtés et des angles égaux: le triangle est un triangle équilatéral. Les polygones réguliers sont des figures de référence, donc générales.

[44] Les polygones réguliers ont, par nature, des côtés et des angles égaux: c'est ce qui leur confère la généralité. Les polygones irréguliers ne le sont pas, par nature, mais par accident.

sion n'est pas naturelle. Seule la division en trois parties égales lui est naturelle. La division (3r°) inégale se fait accidentellement, par suite d'un empêchement provenant de mesures différentes qui requièrent par nature une autre division.

Les cinq arcs de cercle situés à l'extérieur de C sont divisés également pour donner une mesure équivalant à la sixième partie du cercle. Il doit en être ainsi pour que les parties obtenues par la plus grande et la plus petite division soient égales. La plus grande division est celle du pentagone en ses cinq côtés égaux; la plus petite est celle des cinq arcs de cercle, correspondant aux cinq côtés de C, en six parties égales.

Le septième cercle équivaut donc à six longueurs égales, c'est-à-dire aux cinq côtés de C, auxquels s'ajoute une sixième longeur tirée des cinq arcs. Grâce à ces six longueurs, je trace une ligne continue, mesurée avec le compas. Cette ligne équivaut à LM et à NO. Elle équivaut par conséquent aux quatre côtés des carrés P et Q. Il s'ensuit que le septième cercle se trouve carré par quatre parties égales qui équivalent aux six longueurs ci-dessus.

Huitième cercle

L'hexagone D est inscrit dans le huitième cercle. Il sous-tend six arcs du cercle, comme A en sous-tend trois du cinquième cercle, B quatre du sixième, C cinq du septième. Il faut donc que la progression se fasse par une unité, ce qui fait que trois est égal à deux augmenté d'une unité, que quatre est égal à trois augmenté d'une unité, etc. D sous-tend donc six arcs de cercle.

Il s'ensuit que les six arcs de cercle renferment la septième partie du cercle, pour que la progression de la sixième à la septième se fasse par l'addition d'une unité. Le huitième cercle équivaut donc à sept longueurs égales, et ces sept longueurs équivalent au cercle. Je mesure les six côtés de l'hexagone avec le compas et je trace une ligne droite de leur longueur totale, à laquelle j'ajoute une longueur tirée des six arcs. Je compare cette ligne composée à LM et à NO et je constate qu'elle leur est égale. Elle est donc égale aux carrés P, Q et C.

Le huitième cercle a été carré, ce que nous avons prouvé.

Neuvième cercle

Dans le neuvième cercle est inscrit l'heptagone E, formé de sept côtés égaux et qui sous-tend sept arcs de cercle, comme cela se voit. Que la huitième partie du cercle se trouve dans les sept arcs et que E équivaut à sept parties, c'est ce que nous prouvons de la manière suivante:

Il a été dit que toutes les lignes, divisions et mesures des autres cercles étaient en puissance dans le cercle blanc, égal à tous les autres cercles. Cela ne pourrait être si la progression ne se faisait pas par unité entre D et E (3v°), pour que le nombre soit plus grand en E que en D, afin que D équivale à E et que les six arcs du huitième cercle équivalent aux sept du neuvième cercle. En effet, la plénitude ne pourrait demeurer dans le cercle si les parties n'étaient pas matériellement égales dans les carrés P, Q et G, et dans les lignes LM et NO. Mais comme D équivaut à E et que les six arcs de D équivalent à sept de E, le cercle blanc est plein de lignes et de points, un point existant naturellement et matériellement en un autre et une ligne en une autre. Le cercle blanc peut ainsi contenir tous les points qui résultent de la rencontre des lignes, dans la mesure où une ligne est limitée par une autre. En raison de leur rencontre et de leur limitation, un point est dans un point, une partie dans une partie, une ligne dans une ligne, pour que le tout soit plein de parties continues.

Il est donc prouvé que le cercle est divisible en huit parties égales, dont sept sont de E et la huitième tirée des sept arcs. Les huit parties équivalent à une ligne de A ou de B, aux carrés P, Q, F, G. Cela apparaît si on mesure avec le compas les sept côtés de E, auxquels on ajoute une mesure égale à chacun, et si, avec les huit mesures, on trace une ligne droite et continue qui équivaut à LM ou NO.

Dixième cercle

Le dixième cercle contient l'octogone F. Pour prouver que le cercle peut être carré, nous allons prouver d'abord que F équivaut à huit parties du cercle et que des arcs peut être tirée la neuvième partie du cercle, ce que nous prouvons ainsi:

Le cercle blanc contient en puissance le septième, le huitième et les autres cercles. De même notre cercle contient en puissance un autre cercle qui contiendrait un ennéagone [45] et neuf arcs, un autre cercle qui con-

[45] Ennéagone = *noven angle.*

tiendrait un décagone et dix arcs,[46] etc. jusqu'à ce que tous les points remplissent le cercle. Il faut qu'il en soit ainsi pour que le cercle blanc puisse avoir en puissance un mode de progression. Il s'ensuit nécessairement que la huitième partie du neuvième cercle doit avoir en puissance la neuvième partie du dixième cercle et que F est en puissance en E, pour que la division du dixième cercle soit en puissance dans les neuf parties qui équivalent au cercle. S'il n'en était pas ainsi, le neuvième cercle, après avoir été divisé en huit parties, ne pourrait être la matière ni le sujet de la division de F et des huit arcs, ce qui est impossible selon l'ordre naturel. Il faut donc que F soit en puissance dans E et que huit côtés de F soient en puissance dans les sept côtés de E. Il ne pourrait en être ainsi si le dixième cercle n'équivalait pas aux huit côtés de F et à la neuvième partie tirée des huit arcs. Il en est ainsi matériellement[47] et invisiblement de l'unité et de la mesure, car (4r°) une unité en acte doit contenir progressivement une autre unité en puissance. Il est donc prouvé que F équivaut à huit parties égales du cercle, que ses huit arcs offrent la neuvième partie, que F est le sujet dans lequel un ennéagone est en puissance, que les huit arcs sont le sujet dans la matière duquel sont en puissance les neuf arcs du cercle qui contient l'ennéagone.

Ce qui vient d'être prouvé et démontré peut être prouvé concrètement. Avec un compas on peut en effet mesurer les huit côtés de F et, en y ajoutant une ligne mathématique, former une ligne droite équivalant à neuf parties et très exactement égale à LM et à NO. Ces mesures doivent être prises dans les angles blancs de F, non à la surface noire[48] du cercle, car ces angles sont obtus,[49] alors que les angles du triangle sont aigus, comme nous l'avons vu à propos du sixième cercle.

La circonférence du dixième cercle[50] est donc égale à LM et à NO. Elle est donc égale au périmètre des carrés P et Q. Il s'ensuit que le dixième cercle se trouve carré par le carré formé de neuf parties égales au cercle.

Nous avons donc prouvé la quadrature du cercle par les cercles décrits plus haut et par les mesures qu'ils contiennent, en appliquant celles-ci aux lignes LM et NO[51] et aux carrés P et Q. Nous avons prouvé ainsi la

---

[46] Un décagone et dix arcs = *.i. altre qui sia de angle e que aia .x. lunetes.*

[47] Matériellement = *materialment.* Il fraudrait lire plutôt: mathématiquement = *matamaticalment*, qui correspondrait mieux à *invissiblement.*

[48] Angles blancs = *angles blanchs*; surface noire = *superficies negra.* Il s'agit peut-être des côtés de l'octogone (désigné au début du chapitre par *.viii. angle*) et de la circonférence du cercle.

[49] Obtus = *amples.* Tout le passage qui précède est obscur.

[50] La circonférence du dixième cercle = *la linea del .x.e cercle.*

[51] Lignes LM et NO = *.ii. linees longues,* parce qu'elles sont égales à un périmètre augmenté d'un arc de cercle.

progression naturelle, matérielle et secrète des nombres et des mesures, par lesquels un corps est plein de parties, imbriquées matériellement et naturellement les unes dans les autres.

Onzième cercle

Le onzième cercle est carré et nous avons prouvé sa quadrature: les côtés des angles situés hors du cercle équivalent aux quatre arcs situés hors du carré.[52] C'est pourquoi G, qui les représente, équivaut aussi bien au carré qu'au cercle. Que les arcs et les côtés des angles de G soient égaux, cela se voit. La quadrature du cercle a donc été démontrée de deux façons, mathématiquement et concrètement.[53]

Le cercle de G signifie que les mesures des cercles de A, B, C, D, E, F, se réduisent aux quatre côtés du carré G, qui équivaut au cercle, et que les quatre mesures du cinquième cercle équivalent aux cinq du sixième, aux six du septième, aux sept du huitième, aux huit du neuvième, aux neuf du dixième, et vice-versa. Il est ainsi montré que toutes les parties de ces cercles sont l'équivalent de cercles et de carrés, ce qui indique comment mesurer les unes grâce aux autres. Une telle théorie est utile[54] à la géométrie et à l'astronomie: à la géométrie parce qu'on peut savoir comment des (4v°) mesures sont en puissance dans d'autres; à l'astronomie qui pourra, par des mesures, connaître les influences circulaires et quaternaires, les unes égales aux autres. Nous pouvons en dire autant de l'arithmétique.

Avant de poser le cercle au milieu du carré il faut tracer le carré G, et le diviser en croix par deux diamètres pour trouver son centre, point de rencontre des deux diamètres. On posera le compas en ce centre et on tracera un cercle équivalent au cercle de G.

Nous avons parlé de la quadrature du cercle. Nous allons parler maintenant de sa triangulature, que nous recherchons comme suit.

---

[52] Pour comprendre cette phrase énigmatique, il faut savoir que, comme le montre la figure inscrite en marge du manuscrit, le carré n'est plus incrit dans le cercle, et ses sommets, donc ses angles, débordent du cercle. Mais il est téméraire de dire que ce qui, des côtés du carré, est hors du cercle, est égal à ce qui, du cercle, est hors du carré.

[53] Concrètement = *sensualment.*

[54] Utile, et non *subtil,* comme l'indique le manuscrit.

Douzième cercle

Le douzième cercle, désigné par H, comprend un cercle et un triangle. Ce cercle est triangulé, comme cela se voit: les côtés des angles du triangle qui débordent du cercle équivalent aux arcs de cercle situés hors du triangle.[55] C'est pourquoi il est inutile de montrer autrement que le cercle peut être triangulé, puisqu'il apparaît aux sens: il n'y a pas à prouver ce dont on a l'expérience. Il convient toutefois d'expliquer comment on peut trouver les mesures du triangle égal au cercle.

Nous prouvons celles-ci tout naturellement. Le cercle blanc signifie qu'il doit contenir en puissance un triangle équilatéral qui lui est égal, comme il contient en puissance un carré [56] qui lui est égal, ce qu'a montré le cercle de G et que nous avons prouvé aussi. Le cercle blanc doit contenir en puissance un triangle équilatéral ou un carré, parce que, de même qu'il contient un carré, il contient aussi plusieurs quadrilatères particuliers, et que, en contenant le triangle équilatéral il contient aussi plusieurs triangles particuliers.[57] Le cercle peut en effet contenir naturellement des figures triangulaires et des figures quadrangulaires.

Il est manifeste que le triangle requiert naturellement des lignes plus longues que le carré, car il diffère plus [58] du cercle que le carré et il a des angles plus aigus que celui-ci. C'est pourquoi il faut rechercher les mesures d'un triangle égal au cercle, par les lignes les plus lōngues que celui-ci peut contenir: ces lignes sont des diamètres, comme cela apparaît dans le deuxième cercle. Nous recherchons donc les mesures du cercle avec les mesures les plus longues et nous faisons cette recherche de la manière suivante:

Les mesures les plus longues que peut contenir le cercle blanc, et dont on fait un triangle équilatéral [59] sont les côtés de A, comme cela se voit. Comme un triangle équilatéral requiert des mesures plus longues qu'un carré, ainsi que nous l'avons dit, de même qu'un carré requiert quatre côtés égaux qui soient les plus grands possibles dans le cercle, un triangle équilatéral requiert trois (5r°) côtés plus grands que les côtés du carré. Il faut que ce soit quatre diamètres dont on fasse une ligne droite RS.

---

[55] Comme le carré, le triangle n'est plus inscrit dans le cercle, mais ses sommets débordent du cercle. Les remarques de la note 52 peuvent donc s'appliquer également ici.

[56] Triangle équilatéral = *triangle general*; carré = *quadrangle general.*

[57] Quadrilatères particuliers = *especials quadrangles*; triangles particuliers = *specials* (sic) *triangles.*

[58] Il diffère plus = *com sia pus dessemblant.*

[59] Un triangle équilatéral = *.i. triangle de .iii. linees dretes eguals.*

Divisée en trois parties égales, cette ligne équivaut au triangle équilatéral H.

Il est une autre raison nécessaire pour laquelle le périmètre du triangle équilatéral[60] doit être égal à quatre diamètres: c'est que, de même que toutes les mesures, du cercle de A jusqu'à celui de F, équivalent à quatre lignes communes pour former un carré qui équivaut au cercle de G, comme nous l'avons démontré, elles équivalent aux trois côtés égaux du triangle équilatéral, pour que trois et quatre correspondent par ordre, nature et progression de nombre. C'est aussi pour que tout soit équivalent, afin que des mesures naturelles, correspondant au même cercle,[61] puissent être naturellement égales. C'est encore pour que par quatre, longueur des diamètres,[62] elles puissent former un triangle, comme elles forment un carré. Il en est de même de la succession des cercles, du cercle blanc au cercle de A.[63]

Le triangle équilatéral ne peut être formé matériellement que de quatre diamètres: il ne peut être formé de trois diamètres seulement, car trois diamètres n'équivalent pas à LM, qui équivaut à trois diamètres et demi. Il faut que la ligne RS vale quatre diamètres pour que la matière du cercle soit plus longue par le triangle que par le carré.[64] Il ne peut s'agir de lignes inférieures à quatre diamètres, pour que RS et LM se correspondent par progression ordonnée de nombre, comme nous l'avons dit.

Après avoir trouvé les mesures du triangle équilatéral, soit quatre diamètres qui équivalent à RS, on tracera le triangle avec ces quatre longueurs. On posera ensuite le compas au milieu du triangle pour tracer le cercle égal au cercle blanc. Le cercle sera triangulé, ce qui se voit.

Treizième cercle

Le treizième cercle, désigné par I, signifie que le carré peut être triangulé. Cela peut être connu par ce que nous avons dit de la quadrature

---

[60] Le périmètre du triangle équilatéral = *la linea de general triangle.*

[61] Qui correspondent au même cercle = *qui no han mas .i.na matèria de subiect.* Le sujet c'est le cercle, toujours le même.

[62] Longueur des lignes LM et NO = *nombre de maiors linees*, parce qu'elles sont équivalentes à un périmètre augmenté d'un arc de cercle. Voir note 51.

[63] On lit: *de A tro al blanc cercle.* C'est une erreur, puisqu'on est parti du cercle blanc pour aller d'abord jusqu'au cercle de A, c'est-à-dire jusqu'au premier cercle où un polygone a été inscrit.

[64] On peut comprendre que, pour obtenir une longueur égale à la circonférence du cercle, l'arc de cercle à ajouter au périmètre du triangle doit être plus long que celui qu'il faut ajouter au périmètre du carré.

et de la triangulature du cercle. De même en effet que les périmètres de A à F se ramènent nécessairement à quatre longueurs égales, par suite de l'égalité du carré et du triangle, comme cela apparaît en H où quatre diamètres sont égaux à quatre longueurs égales du cinquième cercle, cette égalité est la même en I, de sorte que les mesures peuvent être égales par (5v°) le carré et le triangle, comme elles le sont par le cercle et le triangle en H. Cela suffit à montrer que le carré peut être triangulé. Si le cercle égal au carré peut être triangulé, le carré égal au cercle peut être triangulé.

Pour inscrire le carré dans le cercle il faut tracer d'abord le triangle, y poser ensuite le carré, selon ce qui a été montré en I.

Quatorzième cercle

Tous les cercles sont pleins des parties du quatorzième cercle, et il est plein d'eux. Il est la figure générale qui résume les figures et les mesures des autres cercles. Lui-même les représente toutes, puisqu'il est composé d'un cercle, d'un carré et d'un triangle, tous trois égaux.

Ce cercle signifie que toutes les lignes, figures et mesures, du cercle blanc jusqu'au cercle de C, se rassemblent dans les nombres quatre et trois: [65] le nombre quatre, comme dans le cercle de A, où quatre côtés forment le carré qui équivaut au cercle; et ces quatre côtés équivalent au triangle dans lequel le cercle est triangulé; le nombre trois, en tant que les trois côtés du triangle sont l'équivalent des quatre diamètres qui sont la matière du triangle. C'est pourquoi toutes les mesures particulières se réduisent à trois genres de nombres dans le cercle K: le quatre, le trois et le circulaire. Elles se ramènent au nombre trois parce qu'elles sont égales au triangle équilatéral; elles se ramènent au nombre quatre parce qu'elles sont égales au carré; elles se ramènent au nombre circulaire par succession de partie, comme toutes les mesures sont circulairement égales en puissance, selon la matière et la nature, de même que le cercle de A est égal à celui de B, etc. et que le cercle équivaut au carré et au triangle, et réciproquement.

Ce cercle signifie comment un corps est naturellement plein de lignes, de points, de mesures et de figures, et comment cette plénitude est représentée par les cercles et leurs mesures, dont le cercle de K est composé. Ce cercle rassemble ainsi toute l'utilité des autres cercles, en recevant ce

---

[65] Les nombres quatre et trois = *nombre quaternari e triangulari.*

que chaque cercle apporte. On peut ainsi connaître et savoir ce que nous avons dit des autres cercles.

La première partie de ce traité, enrichissante, comme cela est apparu, est finie. Elle a montré aussi qu'il est utile de connaître l'*Art général*. Si, en effet, grâce à lui on peut connaître la quadrature du cercle que les sages anciens n'ont pu connaître avec leur science, il est manifeste que l'*Art général*, nouvellement inventé, est utile, puisque, grâce à lui, on peut acquérir les connaissances qui n'ont pu être acquises par la science des anciens.

Armand Llinarès
París