

# Alteraciones en el procesamiento del cálculo en pacientes con demencia tipo Alzheimer



GOBIERNO  
DE ESPAÑA

MINISTERIO  
DE EDUCACIÓN,  
POLÍTICA SOCIAL Y DEPORTE

SECRETARÍA DE ESTADO  
DE POLÍTICA SOCIAL



IMSERSO

# Alteraciones en el procesamiento del cálculo en pacientes con demencia tipo Alzheimer

*Colección Documentos*  
*Serie Documentos Técnicos*

N.º 21017

**AUTORA:**

Dra. Inmaculada Gómez Pastor

**DIRECCIÓN DEL TRABAJO:**

Dra. M.ª Jesús Benedet Álvarez  
Universidad Complutense de Madrid  
Facultad de Psicología  
Departamento de Psicología Básica II

*Catálogo General de Publicaciones Oficiales*  
<http://www.060.es>

---

El Instituto de Mayores y Servicios Sociales  
no comparte necesariamente las opiniones y juicios  
expuestos y en ningún caso asume responsabilidades  
derivadas de la autoría de los trabajos que publica.

**DISEÑO DE LA COLECCIÓN:**

Onoff Imagen y Comunicación

Primera edición, 2008

© Instituto de Mayores y Servicios Sociales (IMSERSO)

**EDITA:**

Ministerio de Educación, Política Social y Deporte  
Secretaría de Estado de Política Social, Familias y Atención a la Dependencia y a la Discapacidad  
Instituto de Mayores y Servicios Sociales (IMSERSO)  
Avda. de la Ilustración, s/n. c/v. Ginzo de Limia, 58 - 28029 Madrid  
Tel. 91 363 89 35 - Fax 91 363 88 80  
E-mail: publicaciones.imserso@mtas.es  
<http://www.seg-social.es/imserso>

**NIPO:** 661-08-016-0

**D.L.:** M-39023-2008

**IMPRIME:** ARTEGRAF, S.A.

# ÍNDICE

Presentación .....	9
Introducción .....	11

## PRIMERA PARTE REVISIÓN DE LA INVESTIGACIÓN PREVIA EN EL CAMPO

<b>1. ANTECEDENTES .....</b>	<b>17</b>
<b>2. METODOLOGÍA DE TRABAJO EN NEUROPSICOLOGÍA COGNITIVA DE LA ACALCULIA .....</b>	<b>23</b>
2.1. Principales tipos de tareas utilizadas en la investigación .....	25
2.2. Principales efectos experimentales observados .....	26
2.3. La evaluación neuropsicológica de base .....	28
<b>3. HABILIDADES CUANTITATIVAS PREVERBALES .....</b>	<b>31</b>
3.1. Conceptos básicos .....	33
3.2. Modelo de Habilidades Cuantitativas Preverbales, de Gallistel y Gelman .....	36
<b>4. MODELOS EXPERIMENTALES DE PROCESAMIENTO DEL CÁLCULO .....</b>	<b>39</b>
4.1. El Modelo de Adición Mínima .....	41
4.2. El Modelo de Tabla de Búsqueda o de Recuperación y Decisión .....	41
4.3. El Modelo de Red de Recuperación .....	42
4.4. El Modelo de Distribución de Asociaciones .....	45
4.5. El Modelo de Red de Interferencia .....	45
4.6. Conclusiones .....	47
<b>5. MODELOS NEUROPSICOLÓGICOS DE PROCESAMIENTO ARITMÉTICO .....</b>	<b>49</b>
5.1. Un modelo de procesamiento de los números: la transcodificación .....	51
5.2. Modelos de procesamiento de los números y del cálculo .....	55
5.2.1. Consideraciones generales .....	55
5.2.2. Procesamiento de los símbolos aritméticos .....	55
5.2.3. Modelo de Procesamiento de los Números y del Cálculo, de McCloskey, Caramazza y Basili (1985) .....	56
5.2.4. Modelo de Triple Código para el Procesamiento de los Números y del Cálculo, de Dehaene y Cohen (1991) .....	60
5.2.5. Modelo COMP de la Suma, de Butterworth y otros (2001) .....	67
5.3. Conclusiones .....	68

6. EL PROCESAMIENTO DEL CÁLCULO .....	69
6.1. Naturaleza de las representaciones que participan en el procesamiento del cálculo .....	71
6.1.1. Los hechos aritméticos .....	76
6.1.2. Los procedimientos aritméticos .....	80
6.1.3. El conocimiento conceptual aritmético .....	80
6.2. Disociaciones observadas en el procesamiento del cálculo .....	81
6.2.1. Disociaciones en función de los tipos de conocimiento aritmético .....	82
6.2.2. Disociaciones en función de las operaciones aritméticas .....	85
6.2.3. Disociaciones en función de las tareas .....	89
6.3. Tipos de déficit en la ejecución de los procedimientos .....	89
7. BASES ANATÓMICAS DE LAS HABILIDADES ARITMÉTICAS .....	91
8. ALTERACIONES DEL PROCESAMIENTO DE LOS NÚMEROS Y DEL CÁLCULO EN LA DEMENCIA TIPO ALZHEIMER .....	97
9. CONCLUSIONES DE LA PRIMERA PARTE Y JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO EMPÍRICO ...	105

## SEGUNDA PARTE EL ESTUDIO EMPÍRICO

10. INTRODUCCIÓN .....	111
11. MÉTODO .....	115
12. RESULTADOS .....	121
13. ANÁLISIS CUALITATIVO DE LA EJECUCIÓN INDIVIDUAL DE CADA PARTICIPANTE ...	129

## TERCERA PARTE HIPÓTESIS

14. DISCUSIÓN .....	135
---------------------	-----

## CONCLUSIONES

15. CONCLUSIONES .....	145
------------------------	-----

## ANEXOS

Anexo A .....	151
Anexo B .....	151
Anexo C .....	152
Anexo D .....	152
Anexo E .....	153
Casos .....	154
Glosario .....	155

## BIBLIOGRAFÍA

BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA .....	161
------------------------------	-----

A mis padres



## PRESENTACIÓN

La ley 39/2006, de 14 de diciembre, de Promoción de la Autonomía Personal y Atención a las Personas en Situación de Dependencia establece en sus artículos 1.1., 4.1 y 4.2 un nuevo derecho subjetivo en nuestro Ordenamiento jurídico. Por primera vez en el ámbito de los Servicios Sociales se regula y garantiza, mediante acceso a un catálogo de servicios y prestaciones, la atención a las personas en situación de dependencia, y para ello crea el Servicio para la Autonomía y Atención a la Dependencia (SAAD).

Las personas en situación de dependencia constituyen un grupo de población heterogéneo que comprende diferentes problemáticas. Bajo esta denominación se engloba a colectivos con distintas etiologías y necesidades de atención. Como, por ejemplo, las personas con Alzheimer y otras demencias, con enfermedad mental grave, con enfermedades raras o las personas con daño cerebral.

Por demencia se entiende todo síndrome cerebral degenerativo y progresivo que afecta a la memoria, el pensamiento, el comportamiento y el estado emocional de la persona. La enfermedad de Alzheimer es actualmente el tipo más común de demencia en todo el mundo y representa un elevado porcentaje, entre el 60 y el 80% de los casos.

Saber la cifra real de afectados por demencias es difícil, principalmente debido a que una sustancial proporción de pacientes no acuden a los servicios sanitarios o no son diagnosticados.

Según la OMS (1986), casi todos los cálculos de prevalencia de demencia en la población mayor de 65 años se sitúan entre el 5 y el 8%, mientras que el riesgo acumulado de presentar demencia a los 80 años se estima entre el 15 y el 25%.

A partir de diversos estudios epidemiológicos realizados en España sobre la población general se viene considerando prudente una prevalencia de un 7% para este tipo de enfermedades en personas mayores de 65 años y en torno a un 5% para los afectados por Alzheimer. Este porcentaje se eleva a más de un 20% entre los mayores de 80 años (si bien entre un 30 y 40% en estadíos leves). Estas prevalencias a su vez son acordes con los datos del estudio europeo sobre cohortes ancianas.

Actualmente en nuestro país en torno a 510.000 personas mayores de 65 años padecen alguna demencia y de ellas unas 364.000 son enfermos de Alzheimer. A estos casos hay que añadir los de demencias preseniles en menores de 65 años, que se estiman en alrededor de 50 afectados por 100.000 personas de entre 30 y 64 años, lo que actualmente supone unos 10.000 casos en la población española.

Sólo un 25% de los afectados mayores de 65 años estaría diagnosticado, según los datos de la Encuesta sobre Discapacidades, Deficiencias y Estado de Salud de 1999, que refleja 128.230 casos de 65 y más años de personas diagnosticadas con Demencia/Alzheimer y un total de 136.867 casos a partir de los seis años.

Hay que tener en cuenta que con el envejecimiento de la población y el incremento de la esperanza de vida de todos los mayores aumentará notablemente la prevalencia de demencia actual, ya que el factor de riesgo más importante para el desarrollo de la enfermedad es el envejecimiento, con lo que el problema continuará agravándose. Pero también hay que esperar que el control de los factores de riesgo vascular y terapias protectivas o farmacológicas logren retrasar la aparición de las demencias vasculares y de la enfermedad de Alzheimer.

En el ámbito de la investigación, la etiología y los mecanismos de desarrollo de la enfermedad continúan siendo desconocidos y sólo recientemente ha empezado a desarrollarse la investigación sobre esta enfermedad y sus causas.

A la vista de la situación actual y de las previsiones para el futuro, resulta evidente la necesidad de avanzar en la búsqueda de respuestas y soluciones globales, de adoptar medidas de índole social junto con las sanitarias para la mejora de la enfermedad y su atención, estableciendo una red sociosanitaria en la atención al enfermo y a su familia. Es imprescindible la investigación sobre todos los aspectos de la enfermedad de Alzheimer y de otras demencias. Dentro de este encuadre se sitúa el presente trabajo sobre "las alteraciones en el procesamiento del cálculo en pacientes con demencia tipo Alzheimer", siendo el primer estudio sistemático que ha permitido sacar conclu-

siones acerca de los errores que tiene la citada población, y que se espera sirva de impulso para continuar los estudios en este ámbito.

Para ello se ha planteado la necesidad de una iniciativa estatal de referencia, con la finalidad de promover en todos los territorios del Estado la mejor atención a los enfermos y a sus familias.

Con la calidad de los servicios públicos como referente, esta iniciativa se concreta en la creación de un Centro Estatal de Referencia especializado como recurso sociosanitario que constituya una nueva esperanza para los enfermos de Alzheimer y otras demencias.

El Centro será un recurso de ámbito estatal, especializado en la investigación, análisis, evaluación y conocimiento de las mejores fórmulas para la atención sociosanitaria de los afectados, con un enfoque de enlace, foro de encuentro y colaboración con el conjunto de organismos y entidades que dirigen y prestan su atención a esta enfermedad. Potenciará una adecuada atención sociosanitaria, a través de acciones intersectoriales y de la colaboración institucional.

Dirección General del Inmerso

## INTRODUCCIÓN

Tanto los filósofos de la mente como los expertos en lógica matemática se han interesado siempre por conocer la naturaleza de los números y los procesos mediante los cuales los comprendemos, los manipulamos mentalmente y los producimos. Además, desde la segunda mitad del siglo XIX la Neuropsicología ha venido estudiando las alteraciones de las habilidades numéricas y del cálculo en los pacientes con lesiones cerebrales. Sin embargo, los estudios sistemáticos sobre el tema han sido más bien marginales. Incluso a diferencia de lo que ocurre, por ejemplo, con el estudio del lenguaje o de la memoria, la mayor parte de los neuropsicólogos han venido considerando el estudio del cálculo más bien periférico a los objetivos principales de la investigación neuropsicológica.

En este sentido, Grafman (1988) refiere que llevó a cabo un estudio (no publicado) acerca de los métodos utilizados en la clínica por los principales expertos en Neuropsicología. Todos respondieron que se limitaban a utilizar el Subtest de Aritmética de la Wide Range Achievement Scale, el Subtest de Aritmética de la WAIS o el conjunto de series de operaciones de cálculo del Test de Boston. Estos datos, junto a las respuestas dadas por dichos expertos a un cuestionario acerca de su concepto de acalculia, indican la escasa atención prestada por ellos a este tipo de alteraciones.

Los expertos en Psicología experimental sólo en las dos o tres últimas décadas han abordado cuestiones como la adquisición de los conceptos numéricos y de las funciones de cálculo mediante estudios con animales, con bebés y con niños de edad preescolar y de edad escolar. Además, han comenzado a estudiar los procesos de cálculo en los adultos normales.

En cuanto a la Neuropsicología cognitiva, la mayor parte de la investigación sobre las alteraciones de las habilidades numéricas y del cálculo (o "acalculia") en los pacientes con lesiones cerebrales ha versado, tanto sobre el reconocimiento e identificación de los números o de los signos aritméticos, como acerca de la ejecución de operaciones aritméticas. Su objetivo es determinar la naturaleza de las representaciones del conocimiento numérico y tratar de idear modelos de los procesos que acceden a esas representaciones y las utilizan.

La mayoría de los investigadores en este campo han partido de la premisa de que la mejor manera de estudiar los déficit numéricos era abordándolos con independencia de los déficit del lenguaje, incluso en los pacientes en los que era evidente que ambos déficit eran concomitantes. Como resultado de ello, se desarrollaron modelos muy detallados del procesamiento de los números y del cálculo, independientes de (y en ocasiones contradictorios con) los modelos de procesamiento del lenguaje.

A lo largo de la década de los noventa del siglo XX la Neuropsicología del procesamiento de los números y del cálculo ha venido mostrando un impresionante y creciente desarrollo (Cohen, Dehaene y Verstichel, 1994; McCloskey, 1992).

En general, en Neuropsicología cognitiva la investigación se centra fundamentalmente en el estudio de los pacientes con lesiones focales, debido a que en ellos es más probable observar déficit selectivos. Sin embargo, en los últimos años se ha venido observando que en la demencia de tipo Alzheimer también se pueden observar funciones selectivamente deterioradas o preservadas y, con ello, se puede profundizar en el carácter modular del sistema propuesto por McCloskey, Caramazza y Basili (1985). Ello ha atraído el interés de los expertos por el estudio de las habilidades de procesamiento de los números y del cálculo en estos pacientes. Los estudios sistemáticos sobre el tema son hoy por hoy escasos como se verá, pero las perspectivas de obtener mediante ellos una mejor comprensión de dichas habilidades y de sus relaciones con otras funciones cognitivas son prometedoras.

Girelli y Delazer (2001) señalan que “las habilidades de procesamiento de los números y del cálculo no son rutinariamente evaluadas para el diagnóstico de la demencia de Alzheimer ni, hasta recientemente, habían sido objeto de investigaciones centradas en ellas” (p. 681). Sin embargo, mi interés por el tema surgió precisamente con ocasión de mi participación en un trabajo de investigación sobre el deterioro de las funciones cognitivas en dicha demencia, dirigido por María Jesús Benedet entre 1993 y 1996 y subvencionado por la Fundación Ramón Areces. En dicha investigación se evaluaron sistemáticamente las habilidades de cálculo de los pacientes con demencia tipo Alzheimer, y ya entonces los datos apuntaron hacia las hipótesis que se somete a verificación mediante nuevos datos en el trabajo que hoy presento.

Se dedica la Primera Parte de esta Memoria a revisar las principales cuestiones suscitadas acerca de las representaciones y los mecanismos de procesamiento del cálculo, así como los principales modelos que han intentado dar cuenta de dichas cuestiones. Se presentan los fundamentos teórico-conceptuales en los que se basan esos modelos y se discuten los datos experimentales o clínicos que los sustentan. Se hace un breve resumen de las relaciones entre los componentes del sistema de procesamiento del cálculo y las bases cerebrales que parecen sustentarlas. Se concluye con una revisión de las publicaciones acerca de las alteraciones del cálculo en la demencia de tipo Alzheimer (DTA), objeto de la investigación de esta Tesis doctoral.

En la Segunda Parte se presenta el trabajo de campo, dedicando un apartado a presentar la discusión de los resultados y las conclusiones del estudio.

Agradecimientos:

En primer lugar quiero agradecer a la Doctora M<sup>a</sup> Jesús Benedet Álvarez todo lo que me ha enseñado a lo largo de mis años de formación en Neuropsicología y que ha culminado con la dirección de esta Tesis doctoral. Ha sido para mí un honor contar con una profesional de su categoría.

Gracias a la Doctora Rosario Martínez Arias, que me ha ayudado en todo lo relacionado con la parte metodológica de este trabajo, dedicando muchas horas de su apretada agenda y dándome la oportunidad de aprender con clases individuales y a mi medida.

Todo mi agradecimiento a la Doctora Carmen Cuenca, que me ha facilitado su apoyo y trabajo siempre que se lo he solicitado.

Asimismo quiero mostrar agradecimiento a mi familia, que me ha apoyado en todo momento en el largo tiempo de elaboración de este trabajo, en especial a mi hermana Ana y a mi cuñada Manuela, que me han aclarado dudas de herramientas informáticas, facilitando el trabajo en este apartado.

Gracias a mi amigo Eugenio San Juan Herranz, que me ha tocado mi amor propio para no dejar un trabajo sin terminar, empujándome subliminalmente para realizar esta Tesis. Mi reconocimiento a Aurora Sánchez por su ayuda en todo lo referente a la maquetación, tema tan importante para la correcta presentación de esta Tesis.

Igualmente quiero hacer constar mi gratitud al IMSERSO, organismo en el que trabajo, y que me ha hecho querer e interesarme por las poblaciones de personas con discapacidad y personas mayores, facilitándome en todo momento mi dedicación a la elaboración de esta Tesis. De manera especial reconocer a mis compañeros del CRMF de Madrid, que han soportado mi angustia a lo largo de este tiempo y que han estado siempre a mi lado para lo que hacía falta.

Gracias a Sara Mota y a mi madre, que se han leído finalmente el resultado de este trabajo, realizando una crítica cariñosa.

No puedo terminar sin agradecer a todas las personas que han permitido que se les evaluase, tanto pacientes como controles, y a las instituciones que han facilitado que esto se llevase a cabo, ya que sin ellos este trabajo no se habría podido realizar.

En definitiva, gracias a todos los que me habéis acompañado en este camino de elaboración de este trabajo, vuestros ánimos me han servido de mucho, y prueba de ello es la terminación del mismo.

## OBJETIVOS

El OBJETIVO de esta Tesis doctoral es doble:

1. Hacer una revisión de los trabajos de investigación realizados en este campo desde el paradigma de la Neuropsicología cognitiva, a fin de ofrecer a los futuros investigadores españoles una panorámica de las cuestiones de interés que se han venido planteando, muchas de las cuales están aún esperando una respuesta. Cabe esperar que con ello más de uno se sienta motivado a adentrarse en este tema.
2. Llevar yo misma a cabo una investigación sistemática, encaminada a determinar si las alteraciones del cálculo descritas por diferentes autores en la demencia de tipo Alzheimer son primarias, es decir, debidas a la afectación directa de alguno de los componentes del subsistema de procesamiento del cálculo, o, como apuntan (pero no abordan) las investigaciones más recientes sobre el tema, son secundarias a la afectación de componentes de otros subsistemas cognitivos del sistema de control atencional.



PRIMERA PARTE  
REVISIÓN DE LA INVESTIGACIÓN  
PREVIA EN EL CAMPO



*1*

ANTECEDENTES



Tradicionalmente, salvo algunas excepciones aisladas, como el libro de Thorndike (1922) titulado *The Psychology of arithmetic (La Psicología de la aritmética)*, la Psicología había concedido escasa atención al estudio de las habilidades aritméticas. Incluso la Psicología cognitiva sólo se había ocupado muy secundariamente del tema. La publicación de un artículo de Groen y Parkman, en 1972, suscitó en los investigadores un cambio real de actitud hacia el tema, hasta el punto de que se puede considerar esta fecha como el inicio del estudio del procesamiento del cálculo por la Psicología cognitiva (Ashcraft, 1992). Hoy las investigaciones sobre diferentes cuestiones teóricas planteadas dentro de este campo han dado lugar al desarrollo de una serie de modelos bien fundamentados, que intentan explicar cómo nuestro sistema cognitivo representa los números y el conocimiento acerca de éstos, cómo accede a esa información y cómo opera mentalmente con ella.

Además, en las dos últimas décadas estos estudios se han extendido a la adquisición de esas habilidades por el niño, a su deterioro con la edad y a su afectación por las diferentes formas de daño cerebral.

Este desarrollo tan tardío de los estudios de las habilidades numéricas y de sus alteraciones llama la atención puesto que, aunque no solemos ser conscientes de ello, las habilidades numéricas y de cálculo básicas son imprescindibles en nuestra vida cotidiana. Son necesarias para orientarnos temporalmente (conocer o dar la hora o la fecha, o saber o decir nuestra edad) y para ubicarnos espacialmente (conocer o dar nuestra dirección completa y nuestro número de teléfono); para realizar compras (elegir las tallas, tener noción de lo que valen las cosas, pagar o verificar los cambios); para cocinar (cantidades de los ingredientes o tiempo de cocción); para medir o pesar (incluyendo conocer nuestra estatura y nuestro peso). Como ocurre con tantas otras habilidades cognitivas no alcanzamos a comprender su importancia en nuestra vida cotidiana hasta que las perdemos. Pero la realidad es que pueden ser incluso más importantes para una existencia independiente que las habilidades de lectura y escritura (Warrington, 1990).

En 1808 Gall y Spurzheim situaron el órgano responsable del talento para el cálculo detrás y un poquito por encima del ángulo exterior del ojo, muy cerca de los centros responsables de la metafísica, la música y la arquitectura.

Había de pasar un siglo hasta que –ya desde dentro de la Neuropsicología– Lewandowsky y Stadelmann (1908) publicaran un artículo en el que presentan un paciente con un déficit selectivo de cálculo. Los autores se preguntan si la acalculia:

1. es o no un trastorno específico;
2. es o no un síndrome unitario y, en este caso,
3. si existe un substrato neuroanatómico específico de las habilidades de cálculo.

Veamos las respuestas que la Neuropsicología tradicional ha ido dando a cada una de estas tres cuestiones.

*¿Es la acalculia un trastorno específico?*

Debido a su alta frecuencia de aparición en los pacientes afásicos se venía considerando que las alteraciones del cálculo no eran más que la consecuencia de las alteraciones del lenguaje. Este planteamiento va a ser revisado por Henschen, quien lleva a cabo los dos primeros estudios sistemáticos de investigación de las alteraciones del cálculo con más de 400 pacientes en total (Henschen, 1919, 1920). Los resultados de estos estudios permitieron al autor determinar que, si bien dichas alteraciones solían presentarse en el marco de las afasias, también podían observarse en ausencia de éstas, lo que le llevó a concluir que las alteraciones del cálculo –a las que denominó “acalculia”- son funciones específicas (independientes del lenguaje y de la inteligencia general) sustentadas por estructuras anatómicas con localizaciones específicas, entre las que destacaría el giro angular.

Poco después, tras el estudio de 18 pacientes, Berger (1926) establece la distinción entre una *acalculia primaria*, no relacionada con ninguna otra alteración cognitiva, observada en tres de sus pacientes, y que denominó “anaritmética”, y una *acalculia secundaria* debida a alteraciones de la atención, de la memoria o del lenguaje (afasia, alexia o agrafia para los números), observada en los 15 pacientes restantes.

Por su parte, Hécaen, Angelergues y Houillier (1961), tras el estudio de 183 pacientes, establecen la distinción entre la *acalculia espacial*, en la que los errores de cálculo se deberían a déficit de la organización espacial de los ope-

randos, la acalculia *aléxica o agráfica*, en la que los errores de cálculo serían secundarios a alteraciones de la lectura y la escritura de los números, y la *anaritmia* o acalculia primaria. Sin embargo, señalan la gran heterogeneidad de las alteraciones, dentro de cada uno de esos tres tipos.

La acalculia espacial había sido ya mencionada por Marie, Boutier y Bailey (1924) como parte integrante de un síndrome denominado por ellos "planotopokinesia". Los autores consideraban que el conjunto de alteraciones (entre ellas la acalculia) que lo constituían se derivaban de la dificultad para orientarse en un plano y en el cuerpo propio. Por otro lado, desde 1950, de un modo más específico, se venía describiendo un síndrome debido a la afectación posterior del hemisferio cerebral derecho que incluía, entre otras, alteraciones de la lectura, de la escritura y del cálculo, todas las cuales parecían secundarias a alteraciones visoespaciales.

En cualquier caso, las alteraciones del cálculo propias de la acalculia espacial se diferencian claramente de las observadas en las lesiones del hemisferio cerebral izquierdo. En primer lugar, en las acalculias espaciales, el principio de las operaciones de cálculo propiamente dicho está preservado. En segundo lugar, la dificultad es la misma con independencia de la operación aritmética de que se trate (Hécaen, 1972).

Hécaen y otros (1961) describen dos tipos de errores en la acalculia espacial: los errores que proceden de una incorrecta ubicación de los dígitos en lo que respecta a sus relaciones espaciales mutuas y los errores que proceden de la omisión de leer los signos aritméticos y los dígitos ubicados en el lado izquierdo (o derecho) de una operación escrita (negligencia espacial).

En cuanto a la acalculia *aléxica o agráfica*, sólo sería una acalculia secundaria si el déficit es general (para números y para palabras no relacionadas con ellos). Sin embargo, cuando se trata de un déficit selectivo (es decir, específico de los números), constituye un déficit primario del procesamiento de los números (McCarthy y Warrington, 1990).

La acalculia primaria o anaritmia ha sido definida como "una incapacidad para reconocer el valor de un número en su apropiada categoría numérica (unidades, decenas, centenas, etc.), un déficit de la manipulación de los números debido a una pérdida del concepto de las operaciones aritméticas y un déficit para establecer el plan correcto para resolver un problema de cálculo" (Hécaen y Albert, 1978, p. 308).

De los tres tipos de déficit descritos en el estudio de Hécaen y otros (1961), la anaritmia es el menos frecuente. De hecho, es un déficit extremadamente raro (Benson y Weir, 1972).

### *¿Es la acalculia un síndrome unitario?*

Mientras Henschen (1920) consideraba que el cálculo corría a cargo de un sistema unitario, Guttman (1936) propuso que la lectura y la escritura de los números era independiente de la capacidad de cálculo y que la recuperación de los hechos aritméticos era independiente de la capacidad de calcular propiamente dicha. La anaritmia se debería así a la pérdida selectiva de la capacidad de computación.

En un estudio con ocho pacientes discalcúlicos, Cohn (1961) observó que la discalculia puede tener su origen en lesiones en regiones cerebrales diversas. De ello concluye que no cabe esperar que sea un síndrome unitario. Además, en ese mismo estudio, observó que la anaritmia se disociaba en dos tipos de déficit. En uno de ellos, lo que estaba afectado era la capacidad de recordar hechos aritméticos automatizados (por ejemplo, las tablas de multiplicar), lo que no impedía a los pacientes resolver problemas de cálculo efectuando las operaciones correspondientes. En el segundo tipo, los pacientes no lograban resolver problemas de cálculo mediante la computación de las cantidades representadas por los números. Esta disociación entre hechos aritméticos y procedimientos de cálculo, señalada ya por Guttman (1936), no sería documentada hasta más tarde, con la publicación por Warrington (1982) de su estudio detallado del paciente DRC (véase más adelante).

Pronto, desde la Neuropsicología cognitiva se comienza a postular la distinción entre las alteraciones del procesamiento de los números, por un lado, y las alteraciones del procesamiento del cálculo, propiamente dichas, por otro. Y, dentro de cada uno de los dos subsistemas, se postulan una serie de componentes.

Así, Benson y Denckla (1969) documentan la disociación mutua –dentro del sistema de procesamiento de los números– entre el procesamiento de los números para la comprensión y el procesamiento de los números para la producción. En efecto, su estudio de un paciente presentaba un déficit severo de la producción oral o escrita de los nombres de los números (en ausencia de anomia generalizada) y, sin embargo, no tenía dificultad para elegir el resultado correcto en una tarea de cálculo en formato de elección múltiple. Por su parte, Berger (1926) y McCloskey y otros (1985) documentan la disociación del procesamiento entre la comprensión y la producción de los numerales verbales, por un lado, y de los numerales arábigos, por otro.

*¿Existe un substrato neuroanatómico específico de las habilidades de cálculo?*

Ya desde Henschen (1919) la gran mayoría de los autores señalan las lesiones en las regiones posteriores del hemisferio cerebral izquierdo (especialmente parietales) como las responsables de los diferentes tipos de acalculia primaria (pero véanse aclaraciones posteriores en el Capítulo de esta Memoria dedicado al tema). En cuanto a la acalculia espacial, las lesiones responsables serían las que afectan a las regiones posteriores del hemisferio cerebral derecho (Grafman, Passafiume, Faglioni y Boller, 1982; Grafman, 1988; Jackson y Warrington, 1986. Véase, además, Kahn y Whitaker, 1991; Levin y Spiers, 1985; Spiers, 1987).

Un caso especial de acalculia lo constituye el denominado síndrome de Gerstmann. Tras la descripción de la *agnosia digital*, en 1924 Gerstmann observa que ésta se asocia con *agrafia* y, en 1927, habla por primera vez del síndrome que lleva su nombre y que incluía únicamente estos dos síntomas. Sin embargo, pronto observa la asociación de ambos con otras dos alteraciones: la *desorientación derecha-izquierda* y la *acalculia*. De ese modo, en 1930 el denominado “síndrome de Gerstmann” incluye estos cuatro síntomas. Como es bien sabido dicho síndrome ni incluye siempre sólo esos cuatro síntomas ni los incluye siempre todos. De acuerdo con los planteamientos de la Neuropsicología cognitiva, la razón es que no se trata de un síndrome funcional, sino de un síndrome topográfico. Es decir, la asociación de esas cuatro alteraciones no se debe al hecho de que esté dañado un único componente del Sistema Cognitivo que participaría en esas cuatro funciones, sino al hecho de que la estructura anatómica responsable de cada una de ellas está topográficamente muy próxima a la de las otras tres, por lo que es fácil que una misma lesión las afecte a todas; pero también puede ocurrir que una lesión afecte sólo a la estructura que sustenta a dos o tres de ellas, o bien que afecte a la estructura responsable de otras funciones además de esas cuatro (véase Benedet, 2002).

Lo cierto es que la acalculia es el síntoma que con más frecuencia resulta preservado en el síndrome de Gerstmann. Cuando está presente, se caracteriza por la incapacidad de determinar cuál es la estrategia propia de la operación de cálculo que se va a realizar, por el desconocimiento de la dirección espacial en la que hay que operar y por la incapacidad –tanto al leer como al escribir cantidades– de captar el valor de la posición de los dígitos o “sintaxis de los dígitos”. Se trataría de una acalculia “quasi espacial” (Hécaen, 1972).



# 2

## METODOLOGÍA DE TRABAJO EN NEUROPSICOLOGÍA COGNITIVA DE LA ACALCULIA



En Neuropsicología cognitiva la metodología de estudio de las alteraciones de los componentes de un determinado subsistema tiene una serie de requisitos que la diferencian de la metodología de estudio propia de la psicología que se ocupa de los individuos con el cerebro intacto (véase Benedet, 2003).

Para hablar de acalculia primaria es preciso asegurarse de que:

- 1) No hay déficit periféricos al sistema cognitivo (es decir, déficit sensoriales y motores) que puedan interferir con la comprensión o la ejecución de las tareas por el paciente, y que puedan así explicar su ejecución anómala.
- 2) No se trata de un déficit general que afecta en mayor o menor medida a todas las funciones cognitivas (como sería, por ejemplo, el caso de los tan traídos y llevados "déficit de la Memoria Operativa"), sino de un déficit que afecta selectivamente al procesamiento de los números o del cálculo.
- 3) No se trata de alteraciones secundarias a déficit específicos de otros subsistemas cognitivos. Es decir no hablaremos de déficit de la recuperación de hechos aritméticos si el déficit afecta a la capacidad general del paciente de recuperar información de su memoria permanente. Ni de déficit del acceso al léxico fonológico para la verbalización de los resultados del cálculo, si el paciente presenta un déficit de acceso al léxico fonológico en general.

Sólo si hemos descartado esas posibilidades mediante una "evaluación neuropsicológica de base" podremos tratar de identificar el componente del sistema de procesamiento del cálculo que está afectado.

Además, mientras en Psicología experimental las principales variables de interés son el número de aciertos, el tiempo de reacción (TR) y la combinación de ambos en la ecuación rapidez-exactitud, en Neuropsicología cognitiva las principales variables de interés son los *tipos* de errores que comete el paciente.

Esto se traduce en que, mientras el objetivo principal de los modelos teóricos procedentes de la Psicología experimental consiste en explicar los efectos observados en el laboratorio en relación con las variables señaladas, el objetivo principal de los modelos procedentes de la Neuropsicología cognitiva consiste en explicar los tipos de errores cometidos por los pacientes y las disociaciones de esos errores en función de la naturaleza de las tareas. Además, han de explicar el porqué, cuando esos efectos experimentales no se cumplen en los pacientes estudiados.

Veremos aquí, en primer lugar, los principales tipos de tareas utilizadas, tanto en Psicología experimental como en Neuropsicología cognitiva. En segundo lugar, veremos los principales efectos experimentales observados en el campo que nos ocupa. Por último, revisaremos el tipo de evaluación neuropsicológica de base que es preciso realizar a fin de determinar si un paciente reúne o no las condiciones cognitivas para ser incluido en una investigación sobre acalculia.

## 2.1. PRINCIPALES TIPOS DE TAREAS UTILIZADAS EN LA INVESTIGACIÓN

Las siguientes son las principales tareas utilizadas en la investigación del procesamiento de los números y del cálculo y de sus alteraciones.

### *Tareas de comparación de magnitudes*

El estímulo está constituido por dos cantidades. La tarea consiste en decir cuál es la mayor o cuál es la menor.

### *Tareas de juicio de paridad*

El estímulo es un numeral y la tarea consiste en decir si es par o no.

### *Tareas de verificación de cálculo*

El estímulo es una operación de cálculo acompañada de un resultado. La tarea consiste en determinar si dicho resultado es o no correcto.

### *Tareas de elección múltiple*

El estímulo es una operación de cálculo acompañada del resultado correcto entre varios resultados distractores. La tarea consiste en determinar cuál es el resultado correcto.

### *Tareas de producción del resultado*

El estímulo es una operación de cálculo y la tarea consiste en dar el resultado. Las operaciones de cálculo pueden referirse a una de las cuatro operaciones básicas o a operaciones más complejas (potencias, raíces o ecuaciones). Además, en el caso de las operaciones básicas puede tratarse de operaciones sencillas, en las que el resultado se tiene almacenado en la memoria y basta con recuperarlo, o de operaciones más complejas, que requieren que el resultado sea computado.

### *Tareas de transcodificación*

Consisten en convertir un numeral presentado en un formato (verbal auditivo o escrito, o bien arábigo) en otro formato. Incluyen la lectura en voz alta de numerales arábigos, la escritura al dictado de numerales arábigos y la copia de numerales arábigos con numerales verbales o viceversa.

### *Tareas de comprensión de símbolos aritméticos*

La comprensión de los símbolos aritméticos o de las palabras que expresan el tipo de operación a realizar se suele evaluar mediante tareas en las que se presenta uno de los símbolos (escrito) y las palabras (escritas o auditivas) que corresponden a cada operación, para que el sujeto seleccione la que corresponde a ese símbolo. Además, se suelen utilizar tareas en las que se presenta la palabra y una serie de operaciones (por ejemplo:  $3 + 5$ ;  $5 - 6$ ;  $3 \times 4$ ) para que el sujeto elija la que corresponde a esa palabra, o bien una operación y varias palabras, para que elija cuál de éstas corresponde a esa operación.

## 2.2. PRINCIPALES EFECTOS EXPERIMENTALES OBSERVADOS

Los experimentos realizados con adultos normales acerca de las habilidades de procesamiento de los números y del cálculo han puesto sistemáticamente de manifiesto una serie de efectos. En este apartado se recogen los más relevantes.

### *Efecto de magnitud*

Es el efecto más sistemáticamente observado por la práctica totalidad de los investigadores. Consiste en que el tiempo de reacción (TR) para resolver, tanto tareas de comparación de magnitudes como sumas o multiplicaciones en las que cada operando está constituido por un solo dígito, aumenta con la magnitud de los numerales (lleva más tiempo multiplicar  $8 \times 9$  que multiplicar  $3 \times 4$ ).

Excepción: la suma o la multiplicación de un número por sí mismo, cuyo tiempo de respuesta es constante o, a lo sumo, aumenta muy poco.

El efecto de magnitud se viene interpretando como un reflejo de la *duración* y la *dificultad* de los procesos de recuperación de los hechos aritméticos de la memoria permanente. Ambas variables dependerían de la frecuencia con la que cada hecho ha sido recuperado y utilizado en el pasado (Ashcraft, 1987). En realidad, este efecto sería equivalente a los efectos de frecuencia de uso y de relación semántica de las palabras, tanto por lo sistemático de su aparición como porque apoya los postulados básicos acerca de la estructura y de los procesos del sistema de memoria (Ashcraft, 1992).

El primer estudio sistemático del efecto de magnitud constituyó el tema del artículo publicado por Groen y Parkman en 1972, que supuso el punto de partida del estudio del procesamiento aritmético por la Psicología cognitiva.

Groen y Parkman (1972) –que trabajaban con niños– atribuyeron este efecto al mecanismo de contar, mediante el que los niños resuelven las sumas y las restas. Es decir, en el caso de la suma, van añadiendo una a una al sumando mayor las unidades del sumando menor. Sin embargo, esta explicación no se podía mantener en el caso de los adultos, en los que no se observaba el incremento progresivo de los TR. Esta observación indujo a los autores a postular que, en el caso de los adultos, la solución podría lograrse recuperándola directamente de la memoria; el mecanismo de contar sólo se usaría cuando dicha recuperación falla.

Ahora bien, Ashcraft y Battaglia (1978) observaron que la recuperación directa de los resultados también está sujeta a un cierto incremento en función de la magnitud de los operandos, si bien este incremento es mucho menor que el observado cuando el sujeto opera mediante el mecanismo de contar. Esta observación no se podía explicar ni mediante el mecanismo de contar, ni mediante un simple modelo de acceso directo (Ashcraft y Stazyk, 1981). En su lugar, se requiere un modelo que postule que la representación del conocimiento sobre los hechos aritméticos está organizada de una determinada manera en la memoria permanente.

Por otro lado, Stazyk, Ashcraft y Hamann (1982) consideran que, en realidad, el efecto de magnitud es inseparable de la dificultad del problema. Esta propuesta ha sido bien acogida por sus colegas, ya que el hecho de abordar el efecto de magnitud desde la perspectiva de la dificultad permite explicar, entre otras cosas, por qué la suma o la multiplicación de un número por sí mismo constituye una excepción al efecto de magnitud: en realidad, su nivel de dificultad es menor (incluso, desde el principio se había pensado que su excepcionalidad procedía de que el resultado estaba almacenado en la memoria). Además, permite postular conexiones entre las representaciones de los números y las representaciones de la información léxica y semántica y, con ello, que la accesibilidad a la información numérica está también sometida a variables como la frecuencia de uso, la fuerza del almacenamiento, la tipicidad, etc. En consecuencia, se podría postular que la dificultad de las operaciones aritméticas está ligada a la experiencia diferencial con cada una de ellas (Ashcraft, 1992).

Entre las implicaciones que ha tenido el trabajo de Groen y Parkman (1972) para la investigación en el campo cabe destacar, en primer lugar, que ha permitido verificar experimentalmente la observación hecha desde la Neuropsicología tradicional de que hay dos maneras de resolver las operaciones de cálculo: mediante estrategias regidas por reglas y mediante la recuperación directa de su solución en la memoria permanente. En segundo lugar, ha permitido determinar que los mecanismos de cálculo cambian con la edad.

#### *Efecto de error de tabla*

Fue observado por Campbell y Graham (1985) y consiste en que un 90% de los errores que cometieron los adultos de sus estudios, al resolver multiplicaciones de un dígito, fueron "errores de tabla". Es decir, soluciones a la multiplicación de uno de los operandos presentados por otro operando diferente del presentado (por ej.,  $8 \times 3 = 32$ , es correcto para  $8 \times 4$ ).

Este tipo de errores tienen implicaciones importantes para la comprensión de la naturaleza de la representación de los hechos aritméticos en la memoria. El intento de explicarlos ha dado lugar al desarrollo de algunos de los principales modelos experimentales de procesamiento del cálculo.

#### *Efecto de respuesta relacionada*

Consiste en proporcionar como solución a una operación aritmética ( $5 \times 3 = 8$ ) lo que sería una respuesta correcta a otra operación diferente entre esos mismos operandos ( $5 + 3$ ). Ahora bien, en estos casos, el TR es más largo y la tasa de error suele ser mayor (Winkelman y Schmidt, 1974). Estos mismos efectos de TR y de tasa de error fueron observados por Stazyk y otros (1982) en el caso de los errores de tabla.

Esta observación parece apuntar a que uno y otro tipo de errores indicarían la proximidad en la memoria permanente de las representaciones de la suma y las de la multiplicación. Esta explicación, adoptada por Campbell y Graham (1985), constituye el eje central de su modelo de cálculo.

Por otro lado, en las tareas de verificación de cálculo el efecto de relación interferiría con el mecanismo de decisión (sí/no) propio de la etapa de verificación. Es decir, en este tipo de tareas, la solución dada por el experimentador, al activar soluciones relacionadas con ella, alteraría el curso –y posiblemente el resultado– de la recuperación del hecho almacenado (Ashcraft, 1992).

#### *Efecto de la distancia*

Se observa en las tareas de comparación de magnitudes. Consiste en que el tiempo necesario para decidir cuál de dos números es mayor (o menor) decrece suave pero progresivamente a medida que aumenta la distancia entre ellos (Moyer y Landauer, 1967).

### *Efecto de disociación de la respuesta*

En las tareas de verificación del cálculo se observa que, cuanto más distante es el resultado propuesto del resultado correcto, más rápidamente es clasificado como incorrecto por los sujetos.

No está claro si este efecto se debe únicamente a la menor interferencia durante la etapa de recuperación, a una comparación *post hoc* del resultado computado por el sujeto con el resultado propuesto por el experimentador (incluido el mecanismo de decisión) o a una combinación de ambos parámetros.

### *Efecto de facilitación*

Los efectos de facilitación (o *priming*) por repetición se han puesto de manifiesto de dos maneras. Por un lado, una operación se resuelve antes cuando se presenta por segunda vez. Por otro lado, una respuesta correcta a una operación tiene más probabilidades de ser ofrecida por el individuo como respuesta (errónea) a otra operación presentada subsiguientemente. Estos efectos de facilitación durarían por lo menos un minuto (Campbell y Clark, 1989).

En el Modelo de Red de Recuperación de Ashcraft (1982, 1987) (véase más adelante), el efecto de facilitación se explica en términos de que, cuando un conjunto de nodos ha sido activado por un problema, su nivel de activación tarda un breve período de tiempo en decaer progresivamente, lo que reduce el TR de cualquier problema en el que esté implicado alguno de esos nodos; pero, a la vez, tiende a imponerse en el caso de un nuevo problema que implique alguno de esos nodos.

### *Efecto SNARC*

El efecto SNARC (del inglés, *spatial-numerical association of response codes*, o asociación numérico-espacial de los códigos de respuesta) se ha observado sistemáticamente en las tareas de juicio de paridad en las que se pide al sujeto que responda apretando con la mano derecha la tecla que está a la derecha del tablero de respuesta y con la mano izquierda la que está a la izquierda.

Consiste en que en estas condiciones se observa una interacción de la magnitud del número con la mano utilizada para responder: con independencia de que sea par o no, los sujetos responden más deprisa con la mano derecha a los números más altos y con la mano izquierda a los números más bajos.

Es decir, que el efecto SNARC está regido por la magnitud relativa de los números dentro del rango utilizado en cada experimento.

## 2.3. LA EVALUACIÓN NEUROPSICOLÓGICA DE BASE

La Neuropsicología cognitiva postula que las conductas cognitivas están mediadas por un complejo sistema de procesamiento de la información constituido por componentes funcionalmente diferenciados, y que el daño cerebral puede afectar selectivamente a unos u otros de estos componentes, pero no da nunca lugar a que se constituyan componentes nuevos: cualquier reorganización de la función tras un daño cerebral utilizará componentes existentes premórbidamente en el sistema.

Lo normal es que la evaluación de las alteraciones del cálculo de un paciente se lleve a cabo tras haber detectado su presencia en una evaluación neuropsicológica global. Los resultados de esta evaluación se analizan en términos de los requisitos cognitivos para la solución de cada uno de los elementos superados, por un lado, y fallados, por otro, y del tipo de errores cometidos en cada uno de ellos. Se expresa todo ello en términos del componente del sistema de procesamiento del paciente responsable de esos fallos, lo que proporciona la información básica necesaria para formular una hipótesis inicial acerca de cuál es el componente del sistema de procesamiento de los números y del cálculo responsable de las alteraciones del paciente.

En otros términos, en Neuropsicología cognitiva la metodología de la evaluación y diagnóstico de las alteraciones cognitivas no se basa exclusivamente en las puntuaciones particulares que obtiene el paciente en una serie de tests, ni en su puntuación global, como es el caso de la Psicología y la Neuropsicología psicométricas. Éstas son sólo un primer paso para determinar que hay un problema cuya naturaleza ha de ser determinada por la evaluación neuropsicológica cognitiva. Es decir, ese perfil de puntuaciones es sólo una señal de alarma que nos indica que es pre-

ciso asomarse a los procesos cognitivos subyacentes a ellas. El procedimiento para asomarnos a dichos procesos es esa “ventana” (McCarthy y Warrington, 1990; McCloskey, Aliminosa y Macaruso, 1991), consistente en analizar:

- a) qué tienen en común –en términos de funciones cognitivas implicadas en su solución– los elementos fallados, por un lado, y los superados, por otro;
- b) en qué se diferencian los primeros de los segundos, en términos de funciones cognitivas implicadas, y
- c) en qué consisten los errores cometidos en los elementos fallados y cuál es el procedimiento utilizado por el paciente en los elementos superados.

Los resultados de este análisis, considerados a la luz de los modelos de procesamiento de la información, nos permiten formular una *hipótesis inicial* acerca de cuál es el componente del sistema de procesamiento de los números y del cálculo que, al estar dañado, da lugar a ese perfil de puntuaciones.

Una vez formulada la hipótesis inicial, se procede a someterla a verificación mediante la aplicación al paciente de los tests específicos y mutuamente complementarios, requeridos por aquélla. En Neuropsicología cognitiva, un conjunto de tests específicos y mutuamente complementarios constituye una batería. Vemos que, a diferencia de las baterías estándar que se aplican enteras a todos los pacientes, propias de la Neuropsicología psicométrica, en Neuropsicología cognitiva el experto forma él mismo, en cada caso, la batería pertinente para cada hipótesis que ha de someter a verificación (véase Benedet, 2002, 2006).

Pero, además de permitirnos establecer la hipótesis de trabajo inicial, la evaluación neuropsicológica de base nos aporta otro tipo de información necesaria para nuestro trabajo, tanto en la investigación como en la clínica.

En primer lugar, nos permite determinar si la acalculia observada es *específica* o es sólo parte de un déficit cognitivo general. En el primer caso, nos permite determinar si es *primaria* o es *secundaria* a la alteración específica de otro u otros componentes del sistema de procesamiento de la información ajenos al sistema de procesamiento de los números y del cálculo.

En segundo lugar, esa evaluación nos proporciona la información necesaria para poder estimar en qué medida el paciente está en condiciones de comprender la naturaleza de las tareas específicas de procesamiento de los números y del cálculo que nos proponemos aplicarle. No hemos de olvidar que, cuando un paciente fracasa en una tarea, es preciso tener siempre muy claro si su fracaso se debe a que no puede hacerla o a que no ha comprendido qué es lo que le pedimos que haga. Esto es especialmente importante en el caso de los pacientes con los que hemos trabajado en nuestro estudio.

Por último, a la hora de establecer un programa realista de rehabilitación de un paciente con acalculia, esta evaluación neuropsicológica de base nos proporciona la información necesaria acerca del funcionamiento de los otros componentes del sistema cognitivo-afectivo susceptibles de participar en esa rehabilitación.

Desde luego, antes de iniciar la evaluación de las habilidades de cálculo es preciso recoger información acerca de la historia escolar del paciente en lo referente al aprendizaje de tales destrezas, así como del uso que haya necesitado hacer de ellas en su vida cotidiana, tanto profesional como extraprofesional, y del grado de eficiencia con que lo hacía.

En Neuropsicología cognitiva el informe diagnóstico tampoco se limita en ningún caso a *describir* y *comentar* el perfil de puntuaciones obtenido por el paciente en los tests aplicados. Para que un informe neuropsicológico pueda ser considerado tal ha de *explicar* ese perfil en términos de qué componente del sistema cognitivo es el responsable de las alteraciones observadas en el paciente.

Esto es de suma importancia para la rehabilitación ya que el objetivo de ésta no es la rehabilitación del perfil de puntuaciones del paciente, sino la de sus habilidades cognitivas afectadas. Los perfiles no se rehabilitan, lo que se rehabilita son los pacientes y sus alteraciones cognitivas y afectivas. Y, para poder rehabilitar sus alteraciones cognitivas (en nuestro caso, del cálculo), no basta con saber qué tests hace bien o mal, sino que es preciso saber por qué los hace bien o mal, en términos del componente del sistema de procesamiento de los números y del cálculo que está fallando en él y que, por lo tanto, ha de constituir el foco directo de la rehabilitación (véase Benedet, 2002; 2006).



# 3

## HABILIDADES CUANTITATIVAS PREVERBALES



### 3.1. CONCEPTOS BÁSICOS

El estudio de las habilidades de cálculo se basa en una serie de conceptos específicos, para los que los investigadores (Gelman y Gallistel, 1978, 1991, 1992) han acuñado términos nuevos, también específicos. Veamos los principales.

- El término *numerosidad* se refiere a una cantidad numérica contable (o medible). Es una propiedad de los conjuntos de objetos del mundo externo.
- La representación mental (preverbal) de la numerosidad sería el *numeron* (Gelman y Gallistel, 1978). Para adquirir esta representación mental es preciso que la numerosidad de los conjuntos sea reconocida.
- *Cuantificación* es el hecho de captar la numerosidad de un conjunto percibido y acceder al correspondiente (aunque, por lo general aproximado) *numeron*.

La adquisición de la numerosidad y del *numeron* son requisitos previos para que se pueda desarrollar la cognición numérica. Se suelen diferenciar tres procesos de cuantificación: contar, *subitizar* y estimar (Klahr, 1973; Klahr y Wallace, 1973).

#### Contar

Es una habilidad preverbal y por tanto, tal como han demostrado un sinnúmero de trabajos experimentales, accesible a los bebés y a los animales. Estaría basada en cinco principios (Gelman y Gallistel, 1978):

- a) *Correspondencia uno a uno*: A cada elemento de un conjunto se le asigna un único *numeron*.
- b) *Orden estable*: Los *numeros* han de ser asignados a los elementos que se están contando, de acuerdo con una secuencia reproducible.
- c) *Cardinalidad*: El último *numeron* asignado representa una propiedad del conjunto completo (su numerosidad o cardinalidad).
- d) *Abstracción*: El recuento se aplica, tanto a cualquier conjunto de elementos físicos (homogéneos o no) como a cualquier conjunto de constructos mentales.
- e) *Irrelevancia del orden*: El orden en que se asignan los *numeros* a los elementos de un conjunto es irrelevante.

#### Subitizar y estimar

*Subitizar*\* es el proceso de captar perceptualmente, de una vez y sin contarlos, el número exacto de elementos de un conjunto reducido. Se diferencia del proceso de *estimar* en que éste se aplica a conjuntos más numerosos y que sólo proporciona resultados aproximados (Kaufman, Kord, Reese y Volkman, 1949).

La *subitización* sólo es aplicable a conjuntos no superiores a cuatro elementos (aunque este límite está sometido a variabilidad interindividual).

El mecanismo de *subitizar* no está claro. Gallistel y Gelman (1992) consideran que no es más que una forma muy rápida de contar, basándose en el uso de *numeros*. En cambio, Mandler y Shebo (1982) consideran que la *subitización* se basa en procesos preconscientes de reconocimiento visual de configuraciones canónicas. Esta hipótesis se fundamenta en datos experimentales que han demostrado que la subitización sólo es posible:

- a) cuando los elementos visuales "saltan" individualizados desde el fondo sin esfuerzo, pero no si se requiere un procesamiento serial consciente para aislarlos uno de otro (Figura 3.1. A B y C);
- b) por encima de una separación mínima determinada entre los elementos del conjunto;
- c) si los elementos del conjunto ocupan posiciones diferenciadas y fácilmente identificables (por ejemplo, un triángulo) en el espacio.

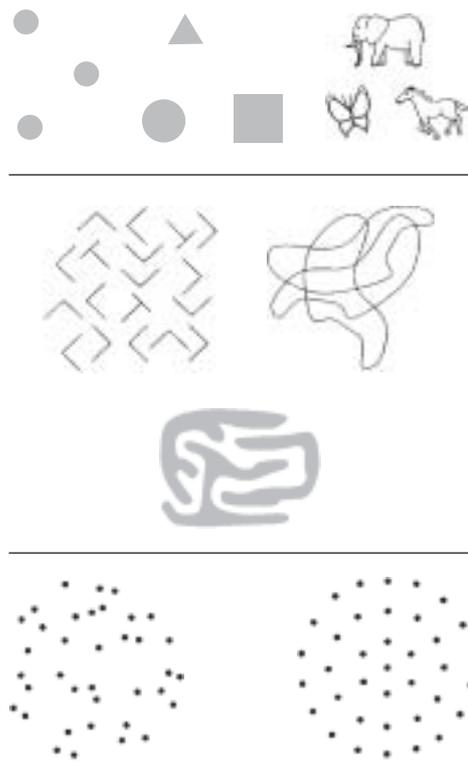
Así, en la Figura 3.1. A se presentan ejemplos de estímulos que facilitan la subitización; en 3.1. B, sólo en el ejemplo que ocupa la posición inferior es posible aislar cada uno de los tres elementos de los otros dos; los ejemplos de 3.1. C requieren estimación: mientras el de la izquierda será probablemente subestimado, dada su distribución al azar, el de la derecha será probablemente sobrestimado dada su distribución regular (Dehaene, 1992).

\*Del inglés "subitizing", término de nueva cuña (Resnick, 1983), tanto en inglés como en español).

FIGURA 3.1

Ejemplos de estímulos que facilitan la subitización (A) o requieren estimación (B y C).

Tomada de Dehaene (1992, p. 15)



Otra distinción importante para abordar este tema es la que Gelman y Gallistel (1978) establecen entre *estimar* y *operar*. Los procesos de estimar determinan las relaciones de correspondencia entre los números y las numerosidades a las que aquéllos se refieren. En cambio, los procesos de operar (o calcular) se aplican a un número (operadores unitarios) o dos (operadores binarios) para producir un número diferente.

Esa distinción, es equivalente a la distinción entre número en tanto que *categoría* y número en tanto que *concepto*. Mientras número en tanto que categoría se refiere a todos los conjuntos de una numerosidad dada (por ejemplo, todos los conjuntos de seis elementos), número en tanto que concepto desempeña, en un sistema de operaciones aritméticas mentales, un papel único e independiente de la realidad o del constructo a los que se aplique o de la operación en la que participe (el concepto numérico 5 es el mismo con independencia de la operación aritmética en la que participe).

Puesto que los animales son capaces de basar su conducta en la numerosidad de un conjunto, con independencia de sus otros atributos, podemos considerar que cartografían todos los casos de una numerosidad dada en una misma representación mental (un número que representa esa categoría) y que, por tanto, poseen categorías numéricas. Por otro lado, en la medida en la que son capaces de manipular números para resolver operaciones isomórficas con las operaciones aritméticas, también podemos decir que poseen conceptos numéricos. De hecho, cuando decimos que los animales razonan aritméticamente queremos decir que sus cerebros procesan los números en operaciones isomórficas con las operaciones aritméticas, no que sean capaces de realizar éstas.

Los símbolos numéricos con los que estamos más familiarizados y que utilizamos en las operaciones aritméticas sólo tienen con sus referentes una relación puramente arbitraria (no hay razón objetiva para que a un conjunto de cinco elementos le corresponda el símbolo "5"). En cambio, en la computación analógica, los símbolos son magnitudes físicas que permiten llevar a cabo sobre ellas operaciones físicas isomórficas con las operaciones aritméticas. Gallistel y Gelman (1992) ponen el histograma como ejemplo del uso de magnitudes para representar la numerosidad. En éstos, la longitud de cada barra corresponde a la numerosidad del conjunto representado por ella, y se pueden llevar a cabo operaciones isomórficas con las operaciones aritméticas. Así, dos barras se pueden sumar o restar físicamente. Estas operaciones ejemplificarían el tipo de procesos prever-

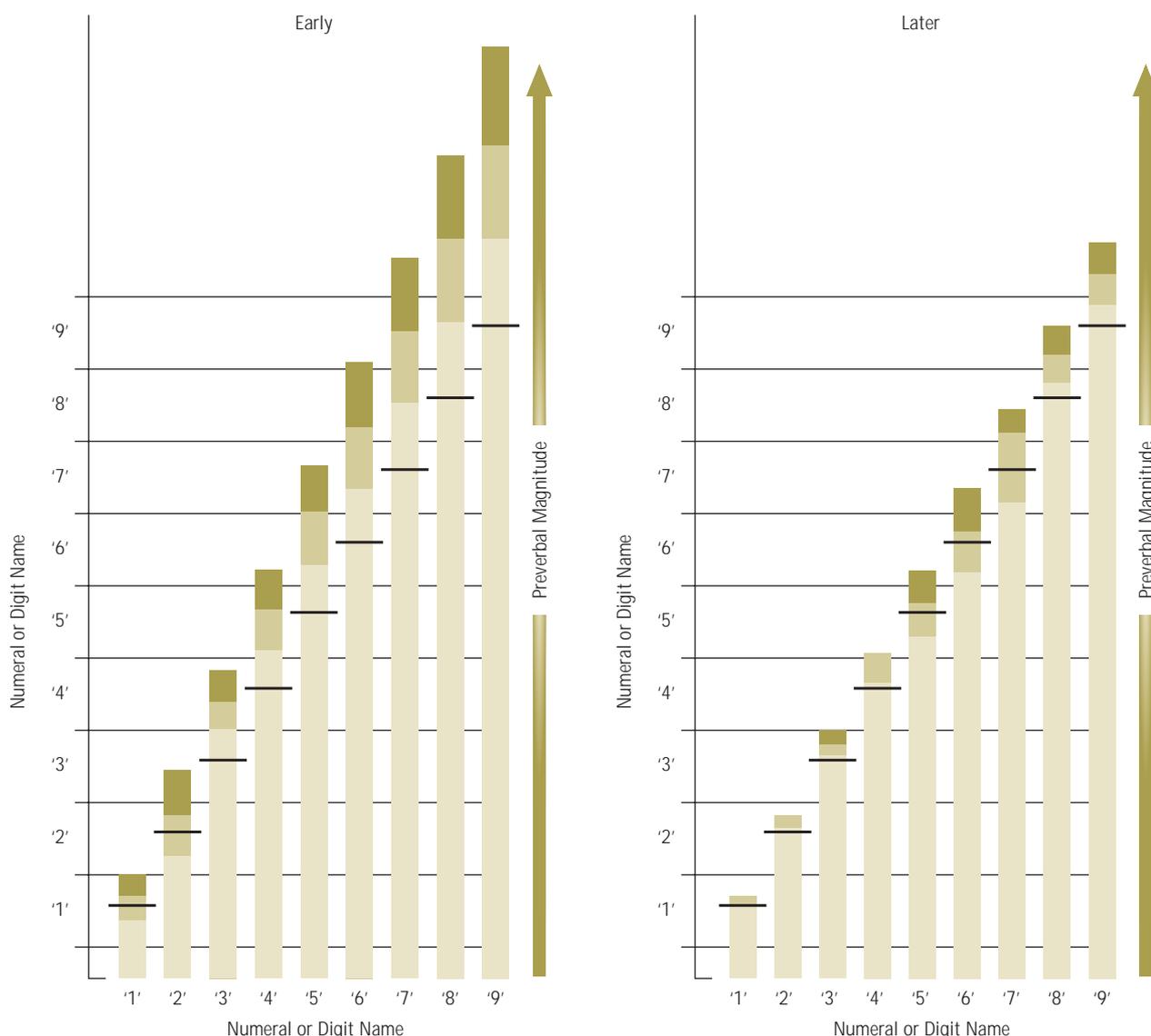
bales subyacentes a la capacidad animal y humana de representar numerosidades y de razonar aritméticamente.

De acuerdo con la *hipótesis del cartografiado bidireccional*, cuando aprendemos a contar, aprendemos a cartografiar bidireccionalmente; es decir, aprendemos a cartografiar las magnitudes preverbales que representan la numerosidad, en los numerales verbales y viceversa. De ese modo, el adulto humano es capaz, tanto de generar o encontrar una magnitud preverbal apropiada para un dígito dado (conversión dígito-a-magnitud preverbal), como de dividir el rango de magnitudes preverbales y asignar los dígitos apropiados a las porciones resultantes (conversión magnitud preverbal-a-dígito).

Ahora bien, en la conversión de dígitos en magnitudes preverbales hay que tener en cuenta que las magnitudes preverbales son variables y que esta variabilidad obedece a la ley de Weber-Fechner: la desviación típica de la distribución de las magnitudes en las que se cartografiaban los dígitos aumenta en proporción a la magnitud media. En la figura 3.2 vemos que el intervalo dentro del cual la barra se difumina (indicando su margen de variabilidad) aumenta en proporción a la magnitud media. Este aumento proporcional, conforme a la ley de Weber-Fechner, ha sido denominado “varianza escalar” por Gibbon (1977) y “variabilidad escalar” por Gallistel y Gelman (1992). Además, en dicha conversión hay que tener en cuenta que hay un equilibrio entre la rapidez y la exactitud. Cuanto mayor es el tiempo disponible para generar la magnitud preverbal que corresponde a un dígito, menor es la variabilidad de las magnitudes generadas.

FIGURA 3.2

*Representación de la variabilidad escalar tomada de Gallistel y Gelman (1992, p. 56)*



### 3.2. MODELO DE HABILIDADES CUANTITATIVAS PREVERBALES, DE GALLISTEL Y GELMAN

Los resultados de toda una serie de investigaciones con animales y con niños apuntan a la existencia de un sistema preverbal que permitiría estimar cantidades y resultados de operaciones aritméticas. Gallistel y Gelman (1991, 1992), tras una revisión de los datos procedentes de dichas investigaciones, proponen un *Modelo de Habilidades Cuantitativas Preverbales* que les lleva a concluir, no sólo que éstas constituyen la base de la adquisición por el niño de los mecanismos de procesamiento de los números y del cálculo propios del adulto, sino además que participan en dicho procesamiento por el adulto normal.

Basándose en la hipótesis de cartografiado bidireccional, Gallistel y Gelman (1991) consideran que la *subitización* no es más que el mecanismo de recuento animal más el cartografiado aprendido por los humanos entre magnitudes preverbales y dígitos. Dicho mecanismo nos proporcionaría una vía alternativa para contar. Así, además de disponer de la vía que nos permite hacerlo verbalmente, tendríamos de una vía preverbal que utiliza la magnitud mental resultante para generar la correspondiente representación verbal. La ventaja de esta vía es la rapidez; su desventaja, para los conjuntos con más de cuatro elementos, es la falta de exactitud. Por ello, si bien en el caso de los conjuntos reducidos y en condiciones de tiempo limitado los adultos utilizamos la *subitización*, en el caso de los conjuntos más numerosos y de tiempo ilimitado (o suficiente) restringiríamos su uso.

Los autores intentan explicar, mediante sus postulados, los principales efectos experimentales:

En cuanto a los procesos de estimación, en la comparación de magnitudes, los resultados experimentales han demostrado sistemáticamente, por un lado, que los adultos responden más rápido y cometen menos errores a medida que aumenta la distancia entre las dos numerosidades que hay que comparar (efecto de distancia) y, por otro lado que, cuanto mayor es la magnitud de ambas numerosidades más tiempo les lleva resolver la tarea y mayor es la probabilidad de que cometan errores (efecto de magnitud). Moyer y Landauer (1967), basándose en estos datos, sugieren que, en este tipo de tareas, el proceso de decisión consiste en convertir los numerales (arábigos o verbales) del estímulo en magnitudes analógicas, las cuales serían luego físicamente comparadas. Sin embargo, esta hipótesis no permite explicar los datos experimentales, por lo que hoy por hoy la cuestión está abierta.

En cuanto a los procesos de cálculo, en la recuperación de hechos aritméticos (es decir, de los resultados de las operaciones de cálculo sencillo, almacenados en la memoria permanente), la investigación ha puesto de manifiesto tres características principales: a) que los efectos de magnitud son los mismos en la suma y en la multiplicación: cuanto más elevada es la numerosidad de los operandos, más tiempo lleva recuperar su suma o su producto y mayor es la probabilidad de cometer errores; b) que las sumas o los productos de números iguales ( $3 \times 3$ ) se recuperan mucho más rápidamente que las demás, y c) que las líneas de regresión correspondientes a los tiempos de reacción en función de la magnitud de los operandos son idénticas en el caso de la suma y en el de la multiplicación.

Ya Restle (1970) había propuesto que las sumas se realizan cartografiando el valor de cada sumando en una representación mental en forma de un segmento cuya longitud es análoga a dicho valor y posicionando uno al lado del otro los segmentos resultantes. Esta suma preverbal se convertiría luego en un numeral verbal (o hecho aritmético). La exactitud del hecho aritmético recuperado dependerá de la variabilidad de cada una de las magnitudes (de los segmentos) asignadas a cada sumando. Cuanto mayores son las magnitudes representadas más largo será el proceso de convertirlas en numerales verbales exactos (recordemos la ley de Weber-Fechner). Esto explica por qué se opera más rápido con los números iguales: sólo hay que convertir uno de ellos.

Gallistel y Gelman (1992) adoptan esta propuesta que elaboran más detenidamente. Afirman que algo similar ocurriría con los hechos aritméticos correspondientes a la multiplicación, si bien en este caso las representaciones mentales preverbales se localizarían en un campo numérico que se asemejarían a una tabla de multiplicar de doble entrada. Esa es la razón por la que los errores cometidos por los adultos normales suelen ser números que forman parte de la tabla de multiplicar (Campbell, 1987). Además, esos errores suelen ser productos que se sitúan espacialmente cerca del producto correcto; es decir, en la misma columna o en la misma fila, lo que implica que comparten un factor con el producto buscado ("errores de factor").

En cuanto a los datos neuropsicológicos, Gallistel y Gelman afirman que la razón de la pérdida selectiva de hechos aritméticos sería el daño no uniforme en la línea o en el campo numéricos. Ilustran esta propuesta con el pacien-

te NAU, de Dehaene y Cohen (1991). NAU no presenta alteraciones de la comprensión ni de la producción de los números, pero no puede resolver tareas que requieren un procesamiento exacto (tareas de producción de cálculo). En cambio, resuelve sin dificultad las tareas en las que se requiere un procesamiento aproximado de las magnitudes (comparación de magnitudes, entre otras). Este patrón sugeriría claramente que las operaciones con números están mediadas por el cartografiado en magnitudes mentales o, al menos, se benefician de él.

Los autores Gallistel y Gelman (1991) concluyen, entre otras, cosas que:

- 1) El sistema preverbal de computación aritmética proporciona el marco para la adquisición y la asimilación del sistema verbal.
- 2) Aprender a contar implica, en parte, aprender a cartografiar magnitudes numéricas preverbiales en símbolos numéricos verbales (escritos y orales) y viceversa.
- 3) *Subitizar* es el uso, en las pequeñas numerosidades, del proceso de recuento preverbal más el cartografiado de las magnitudes resultantes en numerales verbales, a fin de generar éstos rápidamente.
- 4) La recuperación de los hechos aritméticos, que desempeña un papel central en la computación verbal, está mediada por el cartografiado de los numerales verbales (orales y escritos) en magnitudes preverbiales y el uso de estas magnitudes para encontrar las celdas apropiadas en una distribución tabular de las respuestas.
- 5) Este modelo del proceso de recuperación de hechos aritméticos da cuenta tanto de las diferencias de los tiempos de reacción como de los patrones de error que los experimentos sobre aritmética mental han puesto sistemáticamente en evidencia.
- 6) Tanto en el niño como en el adulto la aplicación de logaritmos computacionales verbales (escritos y orales) se acompaña en paralelo de las computaciones preverbiales. Además, al menos hasta cierto punto, éstas guiarían a aquéllas.

#### *Principales disociaciones que apoyan estas conclusiones*

La paciente BRI de Lemer, Dehaene, Spelke y Cohen (2003) produjo numerosos errores en el cálculo exacto de operaciones complejas, pero su ejecución de las tareas de cálculo aproximado fue razonablemente buena: su déficit verbal interfería con el cálculo exacto, dejando preservadas las habilidades de cálculo aproximado. Sin embargo, su ejecución en este último tipo de tareas fue mejor en las operaciones con grandes operandos que en las operaciones con pequeños operandos, lo que los autores interpretan como una intrusión en éstos de los hechos aritméticos automáticamente activados que estaban en ella afectados. Por el contrario, la paciente LEC (Lemer y otros, 2003), que presentaba el síndrome de Gerstmann, cometió pocos errores en ambas tareas, pero fue extremadamente lenta en las tareas de aproximación, lo que parece indicar que resolvía éstas mediante sus estrategias residuales de cálculo exacto.

#### *Disociaciones entre subitización y recuento*

La paciente BRI (Lemer y otros, 2003) presentó una subitización normal, pero un recuento extremadamente lento, lo que concuerda con el postulado de que el recuento está ligado a los procesos verbales, pero la subitización no lo está. En cambio, la paciente LEC presentó el patrón contrario.

Los pacientes de Butterworth (1999), Cipolotti, Butterworth y Denes (1991) y Dehaene y Cohen (1994) presentaban unas habilidades de recuento alteradas, junto con unas habilidades de subitización preservadas.

Una serie de respuestas alternativas o complementarias al modelo de Gallistel y Gelman han surgido recientemente de la investigación experimental en Psicología evolutiva. Para una revisión breve de los mismos se puede consultar Ansari y Karmiloff-Smith (2002).



# 4

## MODELOS EXPERIMENTALES DE PROCESAMIENTO DEL CÁLCULO



Ya en 1936, Guttman había propuesto que los juicios de magnitud podían ser los precursores de las habilidades de cálculo, que la lectura y la escritura de los números es independiente de la capacidad de cálculo y que los déficit de la recuperación de hechos aritméticos es independiente de la capacidad de calcular propiamente dicha. Pero es a partir de los años setenta del siglo XX cuando la psicología experimental comienza tímidamente a abordar estas cuestiones de una manera sistemática, dando lugar a una serie de modelos alternativos o complementarios, encaminados a explicar los datos procedentes de la investigación.

## 4.1. EL MODELO DE ADICIÓN MÍNIMA

Groen y Parkman (1972) son los autores del primer estudio sistemático y serio sobre el tema, realizado mediante el análisis de los tiempos de reacción mostrados por niños y adultos en tareas de suma. Los autores intentan explicar en términos de estructuras y procesos mentales el efecto de magnitud constatado sistemáticamente por todos los investigadores.

El nombre del modelo de Groen y Parkman (1972) procede de que, partiendo del análisis de los TR de los niños, los autores postulan que la suma de dos sumandos sencillos se lleva a cabo sumando el menor al mayor. Este proceso implica dos etapas. En la primera, tras determinar cuál de los dos sumandos es el mayor, se activa un contador; en la segunda, tiene lugar un proceso de incrementación tal que el número de incrementos sea igual al sumando menor; es decir, se suma el sumando menor al mayor añadiendo a éste, unidad a unidad, el valor total de aquél. De este modo, el proceso de sumar una unidad se ha de repetir tantas veces como indica el valor del sumando menor. Por ejemplo, sumar 5 a 7, requiere efectuar cinco veces la operación de sumar 1 a 7. El proceso concluiría cuando un mecanismo de control indica que el proceso de añadir una unidad al resultado de la operación anterior ha finalizado. En ese momento, se puede leer en voz alta el resultado.

Si en vez de presentar los sumandos para que el sujeto efectúe la suma se le presenta la suma hecha para que verifique si es o no correcta, se requiere una tercera etapa, consistente en comparar el resultado obtenido con el resultado dado.

Por otro lado, la tarea de sumar un número al mismo número constituiría un problema diferente. En efecto, en este caso, el resultado estaría almacenado en la memoria y sería directamente recuperado de ésta, por lo que no se requeriría ningún mecanismo de recuento ni de adición.

Sin embargo, al analizar los TR de los adultos, Groen y Parkman (1972) constatan que no está presente el efecto de magnitud. En su lugar, se produce un TR adicional pequeño y constante, lo que les lleva a proponer un modelo alternativo de "recuperación-recuento". De acuerdo con él, en el adulto, la mayoría de los tiempos de respuesta reflejan el acceso directo a información memorizada, requiriendo este acceso directo a cada entrada semántica una cantidad de tiempo prácticamente constante (al ser todas las entradas equipotenciales). Cuando el acceso directo falla, el sujeto ha de recurrir al proceso lento de contar, observado en los niños pequeños.

## 4.2. EL MODELO DE TABLA DE BÚSQUEDA O DE RECUPERACIÓN Y DECISIÓN

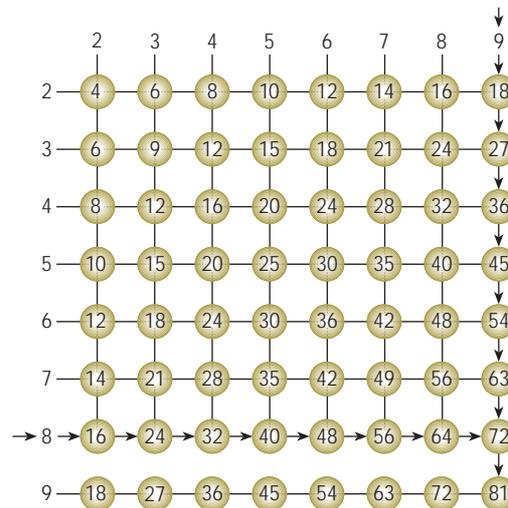
Ashcraft y Battaglia (1978) observan que, en sus investigaciones mediante tareas de verificación de sumas, Groen y Parkman (1972) habían utilizado operaciones en las que la solución errónea sólo se apartaba de la correcta en una o dos unidades, por lo que los tiempos de reacción (TR) sólo se incrementaban 75 ms con respecto a los de las sumas correctas. Por lo demás, los resultados se podían explicar mediante su *Modelo de Adición Mínima*. Esta constatación les lleva a formular la hipótesis de que si, mezcladas con ese tipo de sumas incorrectas "razonables" se presentaran a los sujetos sumas incorrectas "no razonables", los resultados serían diferentes y que, en este caso, sería muy difícil explicar los resultados mediante el Modelo de Adición Mínima. En cambio, podría explicarlos un modelo que postulara que, si bien en el caso de las sumas incorrectas "razonables" los resultados se obtienen mediante acceso directo a información memorizada, por lo que la cantidad de tiempo requerido es constante,

cuando el problema no se puede resolver simplemente recuperando esa información, es preciso recurrir a las lentas computaciones de cálculo

Y, en efecto, los autores observaron que en estas condiciones el TR de los adultos no era constante, sino que presentaba un aumento que, aunque muy inferior al observado en los niños, era preciso explicar, cosa que el modelo de Groen y Parkman (1972) no podía hacer.

FIGURA 4.1

Esquema de la red semántica de información sobre resultados de la multiplicación dentro del Modelo de Tablas de Búsqueda. Tomada de McCloskey (1992, p. 147)



Ashcraft y sus colaboradores (Ashcraft y Battaglia, 1978; Ashcraft y Stazyk, 1981; Stazyk y otros, 1982) proponen un modelo de recuperación acorde con las predicciones propias de los modelos de redes semánticas de memoria. Se trata de su *Modelo de Recuperación y Decisión*.

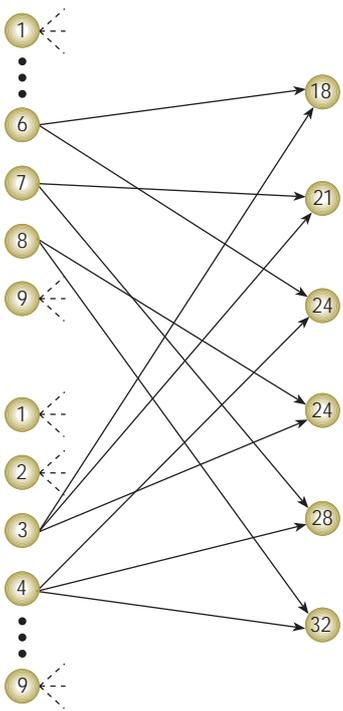
El Modelo trata de explicar la naturaleza de las representaciones de los hechos aritméticos en la memoria semántica, la naturaleza de los procesos de acceso a ellas y la de los procesos de decisión acerca de si el resultado de la operación presentada es o no correcto. Está basado en el postulado de la existencia de una red semántica de información sobre resultados para cada una de las operaciones aritméticas, por lo que es conocido también como *Modelo de Tablas de Búsqueda*. Dicha red tendría el formato de una tabla o matriz que tuviera representados los nueve dígitos en dos lados adyacentes (Figura 4.1). A cada dígito le correspondería un "nodo de entrada" en la tabla. El resultado de la operación estaría almacenado en la intersección de la columna y la fila adecuadas. Cuando se presenta una operación, se activan los nodos de entrada correspondientes a los dos operandos y la activación se propaga por la fila y la columna (vía lazos asociativos entre nodos adyacentes) hasta la intersección de ambas, en la que está almacenada la solución que se activa a su vez. La búsqueda consistiría, así, en encontrar el punto en que ambos operandos confluyen. El hecho de que la distancia entre dos dígitos en esa matriz sea diferente dependiendo de su valor, permite explicar que el tiempo de reacción aumente a medida que aumenta el valor de los dígitos. Para explicar por qué los problemas no razonables se resuelven más rápidamente que los razonables, invocan una etapa de decisión que operaría comparando el resultado obtenido con el dado y que dispondría para ello de algún tipo de código de magnitud. También postulan que, al menos en algunos sujetos, este procedimiento de recuperación de información almacenada podría ser reemplazado por el uso de ciertas estrategias o reglas como, por ejemplo, la regla de "suma 10 y réstale 1" cuando se trata de sumar un 9.

### 4.3. EL MODELO DE RED DE RECUPERACIÓN

Tras nuevas investigaciones acerca de la naturaleza de las representaciones de los hechos aritméticos, de la naturaleza de los procesos de acceso a ellos y de los procesos de decisión, Ashcraft (1982) propone un modelo con-

xionista o *Modelo de Red de Recuperación* (Figura 4.2.). Este modelo postula que las representaciones de los hechos aritméticos se rigen por los mismos principios de representación y por los mismos procesos que los modelos de redes semánticas de las palabras, sólo que aquí los nodos corresponden a números. Ante un problema de verificación de sumas (por ejemplo,  $3 + 4 = 9$ ), se activan los nodos correspondientes a todos los sumandos (3 y 4) y al resultado presentado (9) y, desde ellos, la activación se propaga *automáticamente*, tanto a los nodos de los números relacionados, como al resultado correcto de su suma (7). En ese momento, el sujeto compara este resultado activado con la suma presentada (9) y decide si es igual o no.

**FIGURA 4.2**  
*Modelo de Red de Recuperación. Tomada de McCloskey (1992, p. 148).*



Los dos aspectos estructurales más importantes de esta red son los conceptos de *fuerza de la representación* de cada nodo y de *fuerza de la relación* entre nodos. Ambas fuerzas expresan el grado de accesibilidad de la solución; la fuerza de la relación expresa el postulado de que las conexiones entre nodos adyacentes (o "vecinos cercanos") son más fuertes que las conexiones entre nodos no adyacentes o más distantes. En estas condiciones, la propagación de la activación partiría de tres fuentes que operan en paralelo: los operandos, la solución dada en el problema y los nodos de la red que han sido activados durante la recuperación de la solución real. Esta propagación en paralelo determina que los diferentes nodos de la red implicados en aquella acumulen diferentes niveles de activación, dependiendo de su fuerza y de su grado de relación. El nodo más activado será seleccionado como solución del problema. En cuanto al tiempo de recuperación será función directa del aumento de activación de ese nodo; o, si se prefiere, de la variable "fuerza de la representación", ya que el valor de ésta es el que rige la acumulación de activación. Metafóricamente se puede definir el tiempo de recuperación como la "distancia" atravesada en la red hasta que se encuentra la intersección (Ashcraft, 1982).

Lo que diferencia el Modelo de Red de Recuperación del Modelo de Tablas de Búsqueda es que mientras en éstas los nodos correspondientes a los operandos sólo están conectados a la respuesta a través de otros nodos (Figura 4.1), en el Modelo de Red de Recuperación esa conexión es directa, ya que se asume que cada problema particular tiene sus propias asociaciones con el resultado. De ese modo, cuando se presenta una operación, se activan los nodos correspondientes a sus operandos y esa activación se propaga directamente al nodo de la solución (figura 4.2).

Nuevas investigaciones llevan a Ashcraft (1985; Hamann y Ashcraft, 1986) a constatar que la fuerza con la que los nodos están almacenados e interconectados es función de la frecuencia de uso, especialmente de su práctica

durante el período de adquisición temprana. Estas diferencias en la frecuencia de uso de las operaciones de cálculo en la edad temprana y, con ellas, de la fuerza de almacenamiento de los correspondientes nodos, se mantendrían a lo largo de la vida. En consecuencia, los autores concluyen que, en su modelo, los valores de la fuerza se computan en función de dos operandos: la *fuerza inicial* y la *frecuencia relativa* de su uso. La hipótesis fundamental del modelo, en su última versión (Ashcraft, 1987), es que el efecto de la dificultad de un problema durante la recuperación está directamente relacionada con la relación fuerza-frecuencia.

El Modelo de Red de Recuperación permite explicar el efecto de facilitación: cuando un conjunto de nodos ha sido activado por un problema, su nivel de activación tarda un breve período de tiempo en decaer progresivamente, lo que reduce el TR de cualquier problema en el que esté implicado alguno de esos nodos. Además, permite explicar el efecto de respuesta relacionada. En efecto, el mecanismo de decisión ha de elegir entre dos respuestas activadas: la presentada y la correcta. Si la respuesta presentada (por ej., en  $8 \times 3 = 32$ ) forma parte de la misma tabla, será activada indirectamente (por estar relacionada con  $8 \times 4$ ), además de serlo directamente (por formar parte del estímulo), con lo que su fuerza de activación se aproximará a la de la respuesta correcta, lo que hará más difícil su discriminación.

En cualquier caso, Ashcraft y sus colaboradores (Ashcraft, 1992) postulan que, en el adulto, los procesos de recuperación y de decisión constituyen una ruta paralela a la otra ruta del cálculo, que utiliza procedimientos diversos, como el de contar, que es la única disponible para los niños pequeños.

Tras afirmar que el Modelo de Red de Recuperación permite explicar buena parte de los datos experimentales disponibles, LeFevre, Bisanz y Mrkonjic (1987) consideran que, mientras los nodos correspondientes a los tres números presentados se activan directamente, el nodo correspondiente al resultado correcto almacenado en una tarea de verificación de esos sumandos lo hace por propagación, por lo que su activación será más débil que la de los tres primeros. En estas condiciones, cuando el resultado almacenado de la suma, débilmente activado por propagación, es igual al fuertemente activado desde el estímulo, la respuesta (*si*) será más rápida que si aquella no se empareja con ninguno de los números de la operación presentada (*no*). Pero además si, como postula Ashcraft, la suma correcta se activa automáticamente, dicha suma interferirá necesariamente con la suma presentada cuando ambas no coinciden.

LeFevre y otros (1987) formulan así dos hipótesis que someten a verificación empírica: a) que la respuesta *no* requerirá un tiempo adicional de reacción y b) que ese efecto de interferencia sólo será evidente durante un período de tiempo muy breve ya que, con más tiempo, el Sistema será capaz de inhibirla. Ambas hipótesis resultan verificadas. Los autores llevan entonces a cabo un segundo experimento para determinar si es necesaria o no la presencia del símbolo de la suma (+) para que se active automáticamente el resultado. Además, tratan de averiguar si dicha activación automática tiene lugar con independencia del formato (verbal o arábigo) de los números. En él presentan cuatro tipos de estímulos, todos ellos constituidos por dos números, en los que se combinan los parámetros: numerales verbales/numerales arábigos y presencia/ausencia del signo + entre los dos números (que, en caso negativo, están separados por un espacio en blanco). En todos los casos, se pide a los sujetos que determinen si un tercer número que se presenta se empareja o no con uno de los números del par. Los resultados de este experimento ponen de manifiesto la interferencia de la suma de los dos números presentados, con independencia de su formato y con independencia de que entre ambos figure o no el signo +.

Este conjunto de datos lleva a LeFevre y sus colaboradores a concluir que "la activación de hechos aritméticos sencillos es obligatoria en el sentido de que la activación de la suma tiene lugar incluso cuando la aritmética mental es enteramente irrelevante para la tarea. Esta activación obligatoria interfiere significativamente con la ejecución de la tarea de emparejamiento de números con SOAs\* breves (inferiores a 180 ms), pero no con SOAs más largos lo que indica, o bien que esa activación dura poco, o bien que con intervalos más largos sus efectos pueden ser inhibidos o contrarrestados" (1987, p. 52).

\*Del inglés "stimulus onset asynchrony" (intervalo entre la presentación de ambos estímulos).

## 4.4. EL MODELO DE DISTRIBUCIÓN DE ASOCIACIONES

Ha sido propuesto por Siegler y Shrager (1984); Siegler (1988). Debido a que el Modelo de Red de Recuperación se centró en explicar los procesos de recuperación frente al procedimiento de adición mínima, propuesto por Groen y Parkman (1972), no prestó atención a otros procedimientos utilizados por los niños (y por los adultos) para resolver las tareas de cálculo. Tampoco se ocupó de explicar la observación de que los errores se distribuyen de manera no uniforme a través de las diferentes operaciones lo que, sin embargo, es necesario para comprender la ejecución de las tareas.

El modelo de Siegler y Shrager (1984) aborda estas dos cuestiones. En relación con la primera, su trabajo empírico pone de manifiesto que, además de la estrategia de adición mínima, los niños disponen de toda una variedad de estrategias de cálculo. Ahora bien, a diferencia de Ashcraft y sus colaboradores, que postulan que en el adulto la ruta de los procedimientos es paralela a la ruta de la recuperación directa, Siegler y Shrager (1984) postulan que el adulto sólo echa mano de la primera cuando le falla la segunda.

En cuanto a los errores de cálculo, Siegler y Shrager (1984) postulan que a cada operación aritmética (por ejemplo,  $7 \times 3$ ) no sólo le corresponde en la red de memoria un nodo asociado con la solución correcta, sino que además le corresponden nodos asociados con soluciones incorrectas. Estas últimas conexiones se forman cada vez que, al intentar solucionar un problema, el niño llega a una solución incorrecta. En consecuencia, cada problema tiene en cada adulto una historia diferente y, con ella, la fuerza de estas asociaciones varía de una operación a otra (y de un individuo a otro). Sin embargo, la asociación de cada operación con la solución correcta suele ser claramente más fuerte que su asociación con otras soluciones. Cuando se presenta una operación se activan varias soluciones y, entre ellas, será seleccionada la que está más fuertemente asociada con esa operación que, en principio, será la solución correcta. Sólo en casos excepcionales otra solución se activará con la misma fuerza. En cualquier caso, la solución seleccionada se compara con un *umbral de fuerza* de la asociación. Si la fuerza de su asociación con el problema supera el umbral, se da esa solución como respuesta. En el caso contrario, se repite el proceso de seleccionar otra respuesta y comparar la fuerza de su asociación con el problema, con el umbral. Este proceso está controlado por un parámetro de *duración de la búsqueda*, que determina el número máximo de veces que se puede repetir. Una vez alcanzado ese número, se abandona la búsqueda y se recurre a un procedimiento de cálculo.

En una revisión del modelo más reciente (Siegler y Jenkins, 1989), ya no se postula que la recuperación directa es el mecanismo por defecto en la solución de una tarea de cálculo por un adulto; en su lugar se introduce un *mecanismo de selección de una estrategia*. La función de este mecanismo consiste en evaluar la fuerza de la conexión con el enunciado del problema de cada una de las estrategias que el individuo tiene almacenadas, y seleccionar la más idónea en cada caso, en virtud de la relación rapidez/exactitud que se da en ella para ese tipo de problemas. El mecanismo del acceso directo suele prevalecer sobre las demás estrategias, debido a que la fuerza de su asociación con el enunciado del problema suele ser mayor. Con la experiencia, determinados procedimientos pueden lograr conexiones fuertes con determinados problemas.

Aun reconociendo que la principal ventaja del modelo de Siegler es que proporciona una explicación más plausible de los errores de respuesta relacionada que ningún otro modelo anterior, Ashcraft (1992) considera que su explicación general del procesamiento aritmético tiene algunos problemas. Así, su explicación del efecto de dificultad sólo parece aplicable a los niños pequeños, que utilizan preferentemente estrategias procedimentales, pero no a los niños mayores ni a los adultos, que utilizan preferentemente la recuperación directa.

## 4.5. EL MODELO DE RED DE INTERFERENCIA

Este Modelo, propuesto por Campbell (Campbell, 1987a; Campbell, 1995; Campbell y Graham, 1985), se centra en los procesos de interferencia, en tanto que componente inevitable de los procesos de recuperación, lo que constituye su principal aportación. Además, profundiza en los tipos de conexiones almacenadas y en su influencia en los TR de los adultos.

Aunque comparte toda una serie de nociones con los modelos precedentes, introduce importantes modificaciones. Así, comparte con el modelo de Ashcraft las nociones de activación propagada y de fuerza de los nodos almacenados, y con el modelo de Siegler la noción de que la naturaleza de los errores indica las relaciones entre los ele-

mentos almacenados. No cuestiona que el mecanismo de acceso a la información almacenada, y con ello su recuperación, sea iniciado por los operandos del problema y controlada por los valores de éstos. Postula que, una vez iniciado el proceso, se propaga por la red confiriendo a los nodos un grado de activación distinta en función de la diferente fuerza de sus asociaciones. Ahora bien, Campbell considera que la recuperación no puede estar influenciada únicamente por cada uno de los operandos por separado. En su modelo, además de las asociaciones de cada operando con la solución, hay asociaciones entre ésta y el problema entero. Es decir, el resultado del proceso de recuperación dependerá de dos tipos de propagación paralela: una que se origina en cada operando por separado y otra que se origina en el problema global. La primera activa la respuesta correcta, pero también el conjunto entero de múltiplos de cada operando, generando así un conjunto de "soluciones candidatas". Éstas suelen corresponder a valores de la tabla aunque, debido a que durante el aprendizaje se acumulan representaciones erróneas, la red suele contener asociaciones anómalas que, si se activan durante la recuperación, pueden inducir la inclusión de valores ajenos a la tabla en el conjunto de soluciones candidatas.

Desde el momento en que se activa un conjunto de candidatos, el proceso de recuperación ha de incluir un mecanismo que permite discriminarlos a fin de poder seleccionar el que posee el grado de activación más elevado. La selección de la respuesta correcta requiere que ésta corresponda al candidato más fuertemente activado. El error de selección sería el resultado de la interferencia procedente de un candidato altamente relacionado con la respuesta correcta, con la que tiene por ello una asociación fuerte. Los efectos de los errores cometidos en un elemento de una tarea influyen en los elementos siguientes: si se recupera una solución que, aunque es falsa para el problema siguiente está fuertemente asociada con él, aumentará la probabilidad de que dicha solución controle la búsqueda en este nuevo problema.

Es decir, en el modelo de Campbell el efecto de respuesta relacionada puede conducir tanto a la facilitación de la ejecución correcta como a la interferencia con ella, y no sólo en un problema particular, sino además entre los sucesivos problemas de la tarea. Con intervalos breves entre problemas relacionados las respuestas recientemente recuperadas resultan inhibidas; en cambio, con intervalos más largos son candidatos a respuestas erróneas (Campbell, 1990, 1991). Estamos, pues, ante una estructura de red en la que la activación propagada se acumula y persiste a lo largo del tiempo.

Si bien se trata de un planteamiento interesante, McCloskey y otros (1991b) consideran que tanta profusión de asociaciones de diferentes tipos hacen de él un modelo poco parsimonioso. Por otro lado, se centra en un único mecanismo de solución de problemas: la recuperación de hechos aritméticos, sin hacer referencia alguna a los demás.

Ahora bien, ya el propio autor precisa que su modelo no es un modelo general de habilidades aritméticas (que incluyen un conjunto de reglas numéricas, procedimientos y conocimientos acerca de las relaciones funcionales y conceptuales entre procedimientos cuantitativos), sino sólo un modelo de recuperación de hechos aritméticos de la suma y la multiplicación, observada cuando los adultos normales intentan dar la solución lo más rápidamente posible.

Campbell y Oliphant (1992) y Campbell (1995) llevan a cabo sendas simulaciones del modelo, tras haber introducido en él una serie de modificaciones. Campbell (1995) parte de que las representaciones aritméticas implican un *código de magnitud* y *códigos físicos*. El código de magnitud representa el tamaño numérico aproximado de la respuesta a un problema y facilita la activación de los códigos físicos asociados, que representan respuestas correctas. El autor asume que los códigos físicos (a los que denomina *nodos*) de una operación aritmética son unidades asociativas visuales o verbales que consisten en el par de operandos, el signo de la operación y la respuesta. La recuperación de los hechos implica una serie de ciclos de procesamiento, cada uno de los cuales requiere unas decenas de milisegundos. En cada ciclo, cada nodo recibe activación excitatoria, tanto del código físico como del código de magnitud, por la semejanza de cada uno de ellos con la operación presentada. Esta activación excitatoria es modulada por una activación inhibitoria proporcional a la activación total asociada con todos los demás nodos que están activos en ese momento. La fuerza de ambos tipos de activación (excitatoria e inhibitoria) alcanza gradualmente un equilibrio a través de los ciclos. La respuesta se produce cuando uno de los nodos de la red alcanza un umbral crítico de activación, controlado por el sujeto. La recuperación correcta aumenta la fuerza de almacenamiento del nodo de esa respuesta. Teniendo en cuenta que la activación excitatoria del nodo correcto es generalmente la misma para todos los problemas, las diferencias en la dificultad de la recuperación surgen fundamentalmente de las diferencias de la inhibición debida a la activación de nodos incorrectos.

“Quizás la aportación más importante del modelo de red de interferencia es que proporciona explicaciones específicas para un amplio número de fenómenos aritméticos dentro de un marco teórico unificado y relativamente sencillo” (Campbell, 1995, p. 160).

## 4.6. CONCLUSIONES

Tras una revisión crítica de los modelos de Ashcraft, de Campbell y de Siegler, McCloskey y otros (1991b) concluyen que, al menos en un nivel más bien macroscópico, los tres modelos comparten los principales supuestos básicos:

- a) los hechos aritméticos están almacenados en la memoria permanente mediante una representación organizada y estructurada en términos de la fuerza de las conexiones individuales;
- b) esta fuerza refleja el grado de relación entre los elementos;
- c) la fuerza con la que cada elemento está almacenado (y con ello la probabilidad y la rapidez de su recuperación) no depende tanto de las características numéricas inherentes a la información propiamente dicha, sino que depende críticamente de la experiencia de cada individuo, especialmente durante el período de adquisición;
- d) la recuperación de los hechos aritméticos desempeña un papel central en el cálculo sencillo, incluso en los niños;
- e) los procesos basados en estrategias, especialmente comunes entre los niños pequeños, van dejando paso a la recuperación de hechos a lo largo del desarrollo.

En cualquier caso, se observa una evolución hacia modelos de redes cada vez más elaborados en lo que respecta a las restricciones que presiden la recuperación de los hechos correctos.



# 5

## MODELOS NEUROPSICOLÓGICOS DE PROCESAMIENTO ARITMÉTICO



Debido a que el procesamiento del cálculo –tema de esta Tesis doctoral– implica el procesamiento de los números, todos los modelos neuropsicológicos de procesamiento del cálculo incluyen un modelo de procesamiento de los números.

Por otro lado, el primer modelo de procesamiento de las habilidades numéricas surgido dentro de la Neuropsicología cognitiva lo fue específicamente del procesamiento de los números.

Se dedica aquí un apartado especial a considerar ese primer modelo de procesamiento de los números, dejando los restantes modelos para su consideración como parte integrante de los modelos de procesamiento del cálculo.

## 5.1. UN MODELO DE PROCESAMIENTO DE LOS NÚMEROS: LA TRANSCODIFICACIÓN

En la cultura occidental disponemos de tres sistemas de numerales: los numerales\* verbales, o palabras (orales o escritas) con las que nombramos los números, los numerales arábigos o signos mediante los que escribimos los números, y los numerales romanos, en los que las letras adquieren significado numérico. Cada uno de estos sistemas, además de poseer un léxico diferente (palabras, símbolos numéricos o letras, respectivamente), posee una sintaxis diferente; es decir, poseen un sistema diferente de reglas para combinar los números en cantidades mayores.

El sistema verbal requiere toda una familia de palabras diferentes, denominadas “primitivos léxicos”. Incluyen las unidades (del *uno* al *nueve*), que representan las cantidades básicas correspondientes a cada una de esas palabras, los denominados “particulares”, que en español incluyen del *once* al *quince* (podríamos denominarlas “ces”, por equivalencia al término inglés “teens”, que en este idioma abarcan del trece al diecinueve), las decenas del *diez* al *noventa*, que representan las cantidades básicas multiplicadas por diez, y los operandos (“cien/tos”, “mil/es”, “millón/es”). Éstos, por un lado, representan ellos mismos una cantidad; por otro, establecen con los demás elementos léxicos una relación semántica de suma (mil trescientos = mil + trescientos) o de multiplicación (tres cientos = tres x cien).

Los elementos léxicos se relacionan entre sí mediante una sintaxis o conjunto de reglas sencillas. Estas relaciones sintácticas transmiten relaciones semánticas entre dichos elementos léxicos. La semántica de las cantidades numéricas es estrictamente posicional y es inequívoca. El valor de un numeral está determinado por su posición en la secuencia de numerales arábigos que constituyen una cantidad: si se desplaza hacia la izquierda se multiplica por diez; si se desplaza hacia la derecha, se divide por diez. Una posición vacía, se rellena con un cero. El cero sólo tiene el estatus de cero cuando se sitúa a la izquierda de un numeral. En caso contrario, multiplica por diez el numeral que le precede.

En el sistema romano las letras, al adquirir valores numéricos, cambian de categoría semántica. Por lo demás, en este sistema, debido a que no se suele utilizar para expresar cantidades superiores a los milenios, se requieren pocas letras y pocas reglas simples para combinarlas.

Aquí nos ocuparemos del procesamiento de los numerales verbales y de los numerales arábigos, que son los más utilizados: los primeros sobre todo para la comunicación y los segundos sobre todo para el cálculo.

### ¿Cómo se procesan los números?

Seron y Deloche (1987) proponen que el procesamiento de los numerales verbales es similar al de las demás palabras: en la comprensión, se activaría primero la representación de su forma fonológica o grafémica y, a partir de ella, se accedería a su significado (figura 5.1); en la producción se activaría primero el significado y, a partir de éste, se activaría la representación de su correspondiente forma fonológica o grafémica (Figura 5.2).

\*Seguimos aquí la nomenclatura propuesta por McCloskey (1992), de acuerdo con la cual el término *numeral* se refiere a un símbolo o conjunto de símbolos que representan un número.

FIGURA 5.1

Niveles de procesamiento para la comprensión de palabras, adaptada de Benedet, 2006)

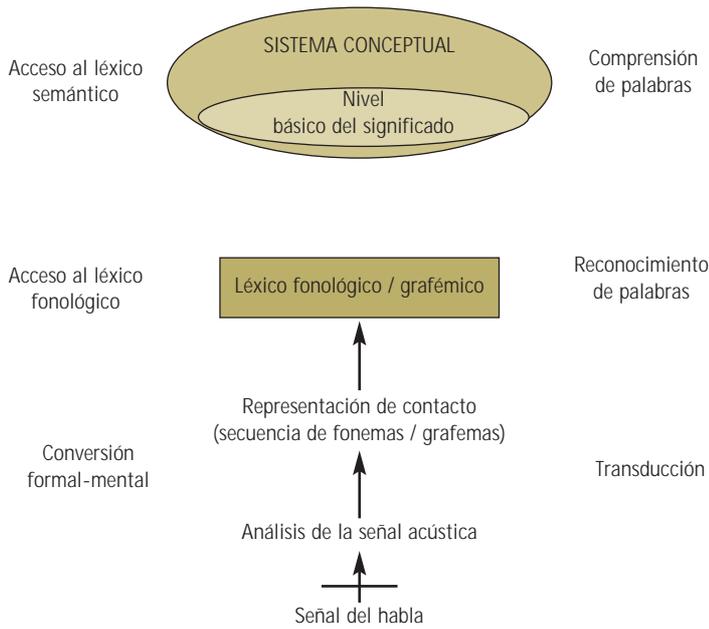
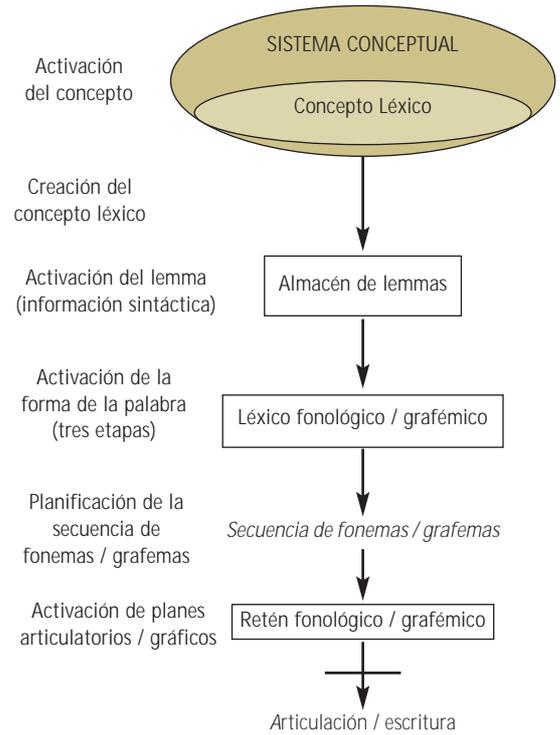


FIGURA 5.2

Niveles de procesamiento para la producción de palabra (adaptada de Benedet, 2006)



Esta propuesta vendría corroborada por el hecho, ya señalado por Goodglass, Klein, Carey y Jones (1966), de que en las alteraciones del procesamiento de los numerales verbales que presentan los pacientes neuropsicológicos se pueden observar disociaciones similares a las que se observan en relación con el procesamiento de las palabras. Así, las alteraciones de la comprensión de los numerales verbales se disocian de las alteraciones de su producción y, dentro de cada una de ellas, las alteraciones del procesamiento de los numerales verbales orales se disocian de las alteraciones del procesamiento de los numerales verbales escritos. Pero, además, las alteraciones del procesamiento de los numerales verbales se disocian de las alteraciones del procesamiento de los numerales arábigos.

En cuanto al procesamiento de los numerales arábigos, cabe pensar que, de modo similar a los mecanismos propuestos para el procesamiento de las letras (Hillis, 2002), el procesamiento de los números supone, ante todo, una capacidad intacta de procesar visualmente sus formas y, por tanto, de discriminar unas de otras (Figura 5.3). Sólo entonces será posible asignar un significado a cada una de ellas. Esta habilidad tiene dos precursores principales: la numerosidad y los juicios de magnitud. Ambas habilidades están presentes en los niños de edad preescolar (Grafman, 1988).

La asignación de un significado a cada número suele lograrse mediante la automatización del proceso de contar (inicialmente, con los dedos). Este automatismo, una vez adquirido, constituiría la base, tanto del almacén de hechos aritméticos, como de la emergencia a partir de él, de los procedimientos aritméticos (Ashcraft, 1982).

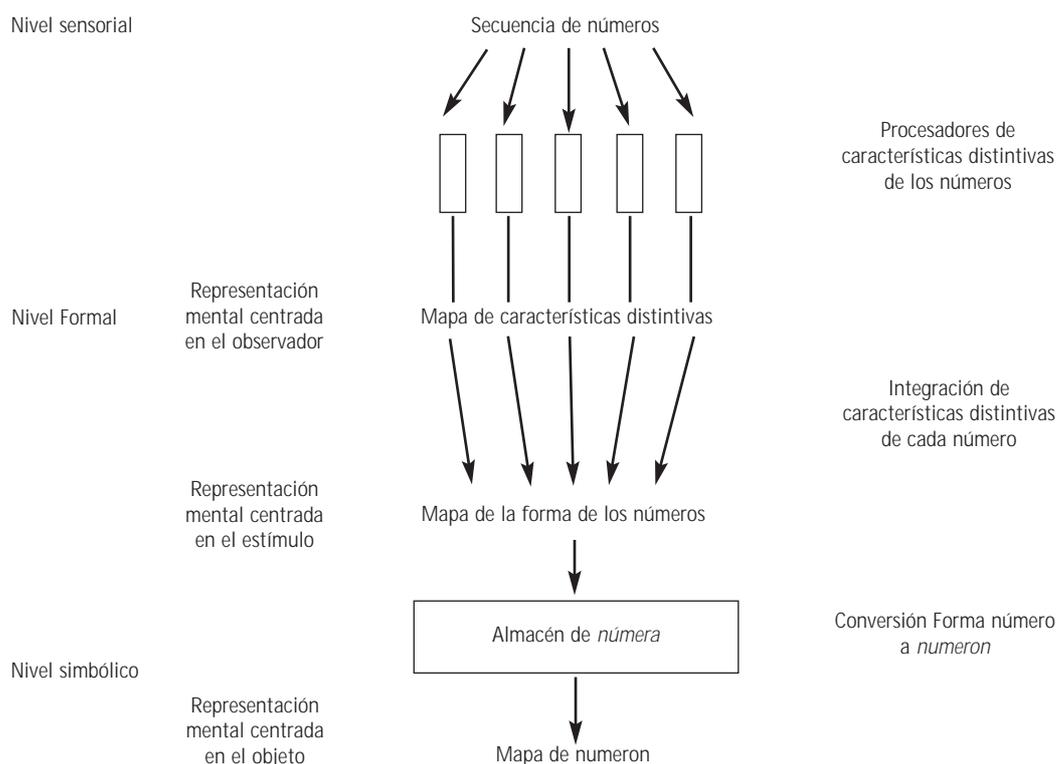
El estudio del procesamiento de los números se ha basado, sobre todo, en el análisis de los errores cometidos por los pacientes neuropsicológicos en tareas de transcodificación.

El término "transcodificación" hace referencia a la conversión de una forma de notación de los numerales (verbales o arábigos) en otra, cuando se leen o cuando se escriben números al dictado o cuando, por ejemplo, se escriben cheques o recibos (en los que se pide que figure la cantidad en ambos tipos de notación).

El análisis de la transcodificación de los numerales ha sido el origen del interés renovado por la acalculia en Neuropsicología cognitiva y, aunque ha sido objeto de numerosos trabajos de investigación en la década de los ochenta del siglo XX, por parte de Xavier Seron y Gérard Deloche (Deloche y Seron 1982a, 1982b; Seron y Deloche, 1983, 1984), aún quedan abiertas muchas cuestiones (Seron y Noël, 1995).

FIGURA 5.3

Niveles de procesamiento para la conversión de los números en representaciones mentales (adaptado de Benedet, 2006)



En un trabajo seminal, Deloche y Seron (1982b) analizan, por referencia a las alteraciones afásicas, los errores cometidos por dos grupos de pacientes afásicos (de Broca y de Wernicke, respectivamente), cuando se les pide que transcodifiquen cantidades escritas con numerales verbales a cantidades escritas con numerales arábigos. Su objetivo es doble: a) definir los tipos de errores observados, y b) determinar los mecanismos responsables de esos errores.

En su análisis de los errores, los autores parten de que cada uno de los dos sistemas de codificación (verbal y arábigo) consta de un conjunto de símbolos, o elementos léxicos (vocabulario o dígitos), y una gramática o conjunto de reglas que determinan cómo combinar esos elementos en secuencias sintácticamente bien formadas (oraciones o cantidades). Los dígitos son objeto de un procesamiento léxico; las cantidades, de un procesamiento sintáctico.

El *procesamiento léxico* hace referencia al procesamiento de los nombres y de los símbolos que representan los números aislados o dígitos. Sus alteraciones se manifiestan en errores que afectan a elementos aislados dentro de una cantidad (véase sustituciones), con preservación de la organización estructural de ésta. Es el caso cuando, por ejemplo, un paciente lee el número 324 como 334. El *procesamiento sintáctico* de los números hace referencia al procesamiento de las reglas mediante las cuales los dígitos se combinan entre sí para formar cantidades. Sus alteraciones dan lugar a errores del orden de los elementos dentro de una cantidad y, con ellos, de la magnitud de ésta. Es el caso cuando, por ejemplo, un paciente escribe el número 324 como 300204.

El análisis cualitativo de los errores permitió a Deloche y Seron clasificar éstos en dos tipos:

1. Errores que se producen durante la identificación de los elementos léxicos del numeral. Incluyen los errores aléxicos y los errores de secuenciación.

**Errores aléxicos**, o de identificación de los elementos léxicos del numeral. Incluyen:

- a) *Paralexias visuales* (por dos afásicos de Broca con agramatismo). Consistieron en la lectura de *cinq* (cinco) en lugar de *cent* (cien), que parecen debidas al hecho de que ambas palabras tienen el mismo número de letras y comparten dos de ellas en la misma posición, pero su pronunciación es diferente.
- b) *Paralexias fonémicas* (por un afásico de Wernicke). Consistió en leer *seize* (dieciséis) en lugar de *treize* (trece). En este caso, la pronunciación de ambas palabras sólo se diferencia en el sonido inicial de la sílaba.

- c) *Errores de clase léxica* (6,7% del número total de errores). Consisten en producir sólo el dígito que corresponde a la posición de una determinada clase léxica (por lo general, la de las unidades). Es decir, consisten en asignar un dígito correctamente identificado en tanto que elemento léxico a una columna diferente de la que le corresponde. Así, cuando cincuenta (50) pasa a ser cinco (5), se debería a la omisión del 0, por lo que el 5 pasa a la columna de las unidades; cuando quince (15) pasa a ser cinco (5), se debería a la omisión del 1. Este tipo de errores podría deberse a la sobregeneralización de una estrategia de transcodificación consistente en transcodificar cada numeral en un solo dígito. Otra posible explicación (basada en un paralelismo con la lectura de palabras) consistiría en la preservación del morfema de raíz y la omisión del morfema ligado, características de la dislexia profunda.
- d) Errores *simples* de clase léxica (observados en cuatro casos). Consisten en sustituciones simples dentro de una misma columna: un dígito de una columna es sustituido por otro dígito de esa misma columna (58 por 59).

**Errores de secuenciación**, originados al analizar el numeral de izquierda a derecha, o al planificar la secuencia de dígitos para su producción (observados en 37 pacientes). Incluyen los siguientes subtipos:

- a) *Desplazamiento de un elemento léxico*: da lugar a una cantidad diferente de la original. Es el caso de *ciento seis mil dos* (106.002) escrito como 6200 (seis mil doscientos), o de *ciento diecinueve* (119) escrito como 1900 (mil novecientos). En ambos casos, el elemento léxico "ciento" ha sido desplazado.
  - b) *Procesamiento parcial del numeral* (algunos elementos léxicos no han sido procesados). Es el caso cuando *cincuenta y cinco mil ochocientos treinta y nueve* (55.839) se escribe como 50.839 o como 55.809.
  - c) *Perseveraciones intra-elemento*, como cuando *ciento cincuenta y tres* se escribe como 1.553.
2. Errores de activación de los procedimientos de transcodificación propiamente dichos. Se consideró que los errores de transcodificación eran el resultado de la aplicación de estrategias inadecuadas, derivadas de las estrategias correctas por omisión o por aplicación errónea de las reglas a elementos léxicos correctamente procesados, sin errores de secuenciación. Dichos errores incluyen:
- a) *Lexicalización total o parcial* de elementos numéricos, como cuando ciento dos mil se escribe 1002000.
  - b) *Errores de procesamiento de las palabras mil o cien*, como en treinta y nueve mil setecientos treinta y dos, escrito como 3917132, donde los términos mil y ciento se representan mediante un uno, o bien mediante un cero.
  - c) *Errores de asignación a la columna correcta, en las decenas compuestas*. Es un error que se da en francés, lengua en la que "setenta y cinco" se dice "sesenta-quinze", "ochenta" se dice "cuatro-veinte", noventa se dice "cuatro-veinte-diez", o "noventa y dos" se dice "cuatro-veinte-doce". En este contexto, quatre-vingt-dix (cuatro-veinte-diez, es decir 90), puede dar lugar a 8010.
3. Errores mixtos. En ellos, los errores parecen tener más de un origen.

En resumen, en este trabajo se establece por primera vez la distinción entre errores léxicos y errores sintácticos, mantenida desde entonces por todos los autores. Además, se interpretan unos y otros como la consecuencia de un daño selectivo en un algoritmo de transcodificación, responsable de que un numeral presentado en un código sea transformado en un numeral del mismo valor, en otro código. Se postula que dicho algoritmo es asemántico, en el sentido de que no requiere la elaboración intermedia del valor semántico del número. Se limita a producir el numeral deseado mediante la aplicación de un conjunto de reglas de recodificación a los elementos léxicos del estímulo. Los autores describen dos procesos de transcodificación. Uno que permite transcodificar los numerales arábigos en numerales verbales escritos y otro que permite transcodificar los numerales verbales escritos en numerales arábigos.

La transcodificación se haría en cuatro etapas. Veamos a título de ejemplo cuáles son las etapas de la transcodificación de los numerales verbales escritos en numerales arábigos. En la primera etapa se lleva a cabo un análisis de la cantidad estímulo, que procede de izquierda a derecha, y aísla unos *primitivos léxicos* de otros dentro de esa cantidad escrita. En la segunda etapa, tiene lugar la categorización e identificación de los primitivos léxicos a fin de especificar los parámetros requeridos por el algoritmo de transcodificación propiamente dicho. Se trata de información acerca de la clase léxica (unidades, ces y decenas) y de la posición de cada primitivo léxico dentro de su

clase léxica (primero, segundo, etc.). En la tercera etapa tiene lugar el proceso de transcodificación propiamente dicho, que consiste en un conjunto de reglas de recodificación activadas por la información sobre la clase (procedente de la etapa anterior) y que inserta en un marco de dígitos la especificación del dígito que corresponde a la información sobre su posición (procedente también de la etapa anterior). Por último, tiene lugar un proceso de codificación de dígitos que controla la producción de su forma correcta.

Los autores postulan que este algoritmo de transcodificación puede explicar muchos de los errores producidos por los pacientes afásicos, en términos de un déficit en una y otra de estas etapas.

La importancia de este estudio reside en que ha dado lugar al desarrollo de los actuales modelos de procesamiento normal de los números.

Los procesos de transcodificación tienen su máxima expresión en la lectura en voz alta de numerales arábigos y en la escritura de éstos al dictado, habilidades a las que se ha dedicado un abundante cuerpo de investigación.

## 5.2. MODELOS DE PROCESAMIENTO DE LOS NÚMEROS Y DEL CÁLCULO

### 5.2.1. Consideraciones generales

Solemos considerar que el cálculo es la actividad numérica por excelencia. Se trata de una habilidad que descansa en los mecanismos de lectura, comprensión y producción de numerales. Por ello, tradicionalmente se ha venido considerando que el cálculo estaba ligado a la habilidad de manipular mentalmente secuencias de símbolos verbales o de dígitos de acuerdo con ciertas reglas, y que, para explicarlo, no era preciso postular un sistema cognitivo especializado (Dehaene, 1992).

En la actualidad, la Neuropsicología cognitiva considera que el procesamiento del cálculo corre a cargo de un sistema especializado que incluye un componente de procesamiento de los símbolos aritméticos, un almacén de representaciones de hechos, por un lado, y de procedimientos aritméticos, por otro, y unos procesadores. De éstos, unos permiten computar las cantidades representadas por los operandos, de acuerdo con el tipo de operación indicada por los símbolos aritméticos, guiándose para ello por los correspondientes procedimientos. Alternativamente, en el caso de operaciones sencillas o archiaprendidas, el sistema dispone de otros procesadores que permiten actuar directamente sus resultados en el almacén de hechos aritméticos.

A todo ello se añade que el procesamiento del cálculo implica el correcto procesamiento de los números, así como ser capaz de producir la respuesta oralmente o por escrito (McCarthy y Warrington, 1990).

Es evidente que si toda operación de cálculo presupone unas habilidades intactas de la capacidad de comprender y producir números, las habilidades de cálculo se verán secundariamente afectadas por cualquier alteración del procesamiento de los números. Sin embargo, aun en ausencia de todo déficit del procesamiento de los números, el procesamiento del cálculo puede verse primariamente afectado. Esto viene a confirmar que el procesamiento del cálculo corre a cargo de un sistema diferenciado de los sistemas que están implicados en el procesamiento de los números.

### 5.2.2. Procesamiento de los símbolos aritméticos

Cada símbolo aritmético posee un valor específico y universal. En este sentido, los símbolos aritméticos constituyen un sistema de anotación ideográfico. Además, no se combinan con otros símbolos para constituir símbolos más complejos.

Tradicionalmente se ha venido considerando que la acalculia primaria *asimbólica* debida a la pérdida del significado de los símbolos aritméticos se disociaba de la acalculia primaria *asimbólica* debida a la pérdida de la capacidad de computación.

La acalculia primaria *asimbólica* fue descrita por primera vez por Lewandowsky y Stadelman (1908), y luego por Eliasberg y Feuchtwanger (1922). Entre los pacientes estudiados por Hécaen y otros (1961), 16 presentaban un défi-

cit de la capacidad de comprender los símbolos aritméticos. Sin embargo, ninguno de estos pacientes presentaba una acalculia primaria asimbólica selectiva.

Los primeros casos que presentaban una acalculia primaria asimbólica selectiva fueron descritos por Ferro y Botelho (1980). Sus pacientes (AL y MA) cometían errores al identificar y al nombrar los símbolos aritméticos por lo que, aunque ejecutaban correctamente el cálculo aritmético, lo aplicaban a la operación incorrecta. Esto indica que su procesamiento de los números, por un lado, y de los hechos y procedimientos aritméticos, por otro, estaban intactos. Ferro y Botelho (1980) verificaron que el déficit de sus pacientes no se podía atribuir a afasia, ya que aquéllos fueron capaces de identificar muchos otros símbolos verbales y de calcular verbalmente sin dificultad. No se podía atribuir a una agnosia asociativa, ya que fueron capaces de identificar muchos otros estímulos visuales. Tampoco se podía atribuir a un síndrome de desconexión viso-verbal ya que el déficit no era específico de una modalidad sensorial. Concluyeron, pues, que se trataba, simplemente, de la incapacidad selectiva de asignar el valor simbólico correcto a los símbolos aritméticos. Estas observaciones indican que el procesamiento de los símbolos aritméticos y de las correspondientes palabras corre a cargo de un sistema semiótico diferente del que procesa los signos verbales, por un lado, y del que procesa los numerales arábigos, por otro.

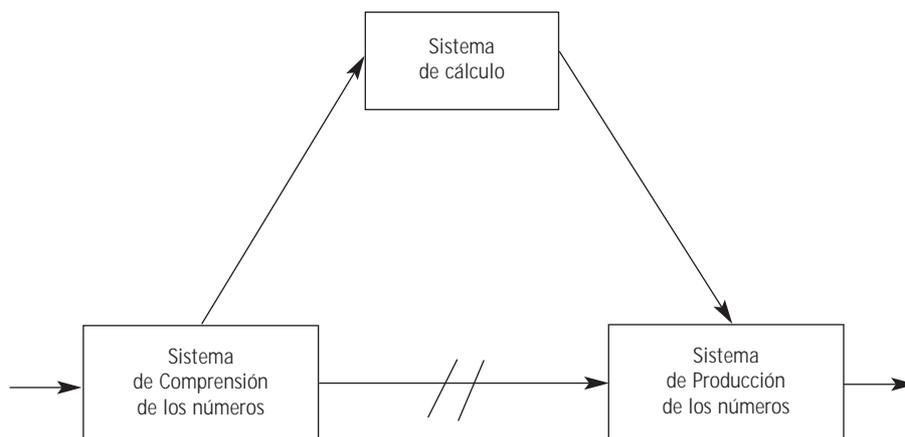
### 5.2.3. Modelo de Procesamiento de los Números y del Cálculo, de McCloskey, Caramazza y Basili (1985)

McCloskey y otros (1985, p. 172), partiendo de que "el análisis de los déficit cognitivos puede imponer restricciones fuertes a un modelo del sistema normal", y de que "un modelo del sistema cognitivo ha de permitir especificar, para cada patrón de ejecución alterada observado, un modo de 'lesionar' el sistema que dé lugar a ese patrón de ejecución alterada", proponen el primer modelo de procesamiento de los números y del cálculo basado en las disociaciones observadas en pacientes que presentan acalculia.

Ante todo, el modelo establece la distinción entre dos sistemas cognitivos, hasta cierto punto autónomos: el sistema de procesamiento de los números y el sistema de procesamiento del cálculo (Figura 5.4).

FIGURA 5.4

*Modelo de Procesamiento de los números y del cálculo, según McCloskey y otros (1985)*



#### *El sistema de procesamiento de los números*

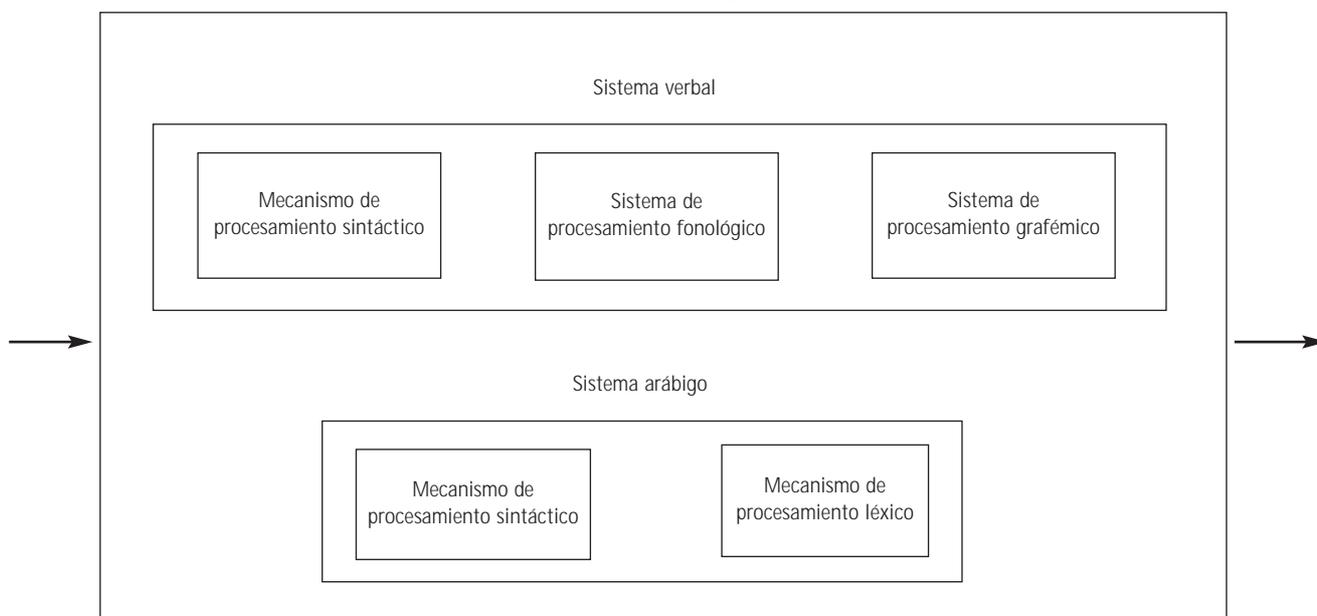
Incluye un componente para la comprensión de los numerales y otro para su producción. Los procesos de comprensión de los numerales convierten el estímulo numérico en su representación interna, para usarla en cualquier procesamiento cognitivo ulterior como, por ejemplo, para realizar operaciones de cálculo. Los procesos de producción de numerales convierten las representaciones internas de éstos en la forma apropiada (arábica o verbal oral/escrita) para expresar los resultados de la tarea. Se asume que las representaciones internas de los numerales especifican de forma abstracta la cantidad básica de cada número del 0 al quince (en español), así como la capacidad de las decenas de formar números nuevos.

Tanto dentro del sistema de comprensión como dentro del sistema de producción de los números, se diferencia un sistema para el procesamiento de los numerales verbales (es decir, expresados mediante palabras, oralmente o por escrito) y otro para el procesamiento de los numerales arábigos (que sólo son escritos). Dentro de cada uno de estos sistemas se diferencia, a su vez, un mecanismo para el procesamiento léxico de los numerales y otro para su procesamiento sintáctico (Deloche y Seron, 1982).

El procesamiento léxico de los números está implicado en la comprensión y en la producción de los primitivos léxicos. El procesamiento sintáctico se refiere al procesamiento de las relaciones mutuas entre los primitivos léxicos que constituyen una cantidad, tanto para su comprensión como para su producción.

El mecanismo de procesamiento léxico de los numerales verbales incluye un sistema diferente para el procesamiento de los numerales fonológicos (u orales) y otro para el de los numerales grafémicos (o escritos). Esta diferenciación no es necesaria en el caso de los numerales arábigos, puesto que sólo se escriben. Tampoco se establece esta distinción en el caso del componente sintáctico, ya que se asume que los mecanismos de procesamiento son los mismos en ambos casos. La figura 5.5 representa, a título de ejemplo, el componente de comprensión de los números. El componente de producción de los números tiene la misma estructura.

**FIGURA 5.5**  
*Componente de procesamiento de los números para la comprensión, en el modelo de McCloskey y otros (1985)*



En cuanto a la representación mental a la que, según el modelo, se accede siempre que se procesa un número para su comprensión, de la que se parte para su producción y que es necesaria para toda transcodificación, sería una representación proposicional *abstracta* (es decir, amodal). Expresa la cantidad correspondiente al estímulo asociando a la representación de cada número la potencia diez que le corresponde según su posición en la secuencia de la cantidad de la que forma parte. Así, para 2.327 la representación mental sería:

$$\{2\}10 \text{ EXP3}, \{3\}10 \text{ EXP2}, \{2\}10 \text{ EXP1}, \{7\}10 \text{ EXP0}.$$

El análisis del patrón de ejecución del paciente RR permite a McCloskey y otros (1985) deducir que, para leer una cantidad en voz alta, una vez que se ha procesado su forma visual, es preciso acceder a la información almacenada acerca de las formas fonológicas de las palabras numéricas (o numerales verbales), en el *léxico fonológico para la producción de los numerales verbales*, que formaría parte del léxico fonológico de salida del sistema de procesamiento del lenguaje. En aquél (lo mismo que en el léxico grafémico de salida) la información estaría organizada en clases léxicas funcionalmente diferenciadas: a) la clase de las unidades, que contiene las palabras correspondientes a los números uno al nueve; b) la clase de las palabras correspondientes a los particulares (del once al quince), y c) la clase de las palabras correspondientes a las demás decenas. Dentro de cada clase léxica, los elementos esta-

rían ordenados. A ellas se añadiría una cuarta clase con las palabras correspondientes a los multiplicadores: "cien/to", "mil" y "millón". Así, para leer un número, es preciso seleccionar la clase léxica apropiada y, dentro de ella, el elemento léxico apropiado.

Cuando la representación semántica de una cantidad activa el proceso de producción de numerales verbales, el primer paso consiste en identificar el elemento correspondiente al valor máximo dentro de esa cantidad. Basándose en dicho valor, se genera un "marco sintáctico" para la producción de cantidades. Este marco contendría los huecos necesarios, cada uno de los cuales estaría marcado con la etiqueta correspondiente a la clase léxica a la que pertenece el elemento que ha de ser recuperado del léxico fonológico para rellenar ese hueco. Además, contendría instrucciones para recuperar las formas fonológicas de las palabras correspondientes a los multiplicadores ("cien/to", "mil" y "millón").

Así, el marco generado para leer el número 6.325 ( $6 \cdot 10^3$ ,  $3 \cdot 10^2$ ,  $2 \cdot 10^1$ ,  $5 \cdot 10^0$ ), contendría cuatro huecos:

\_\_\_\_\_ Mil \_\_\_\_\_ Cien \_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_  
 unidades unidades decenas unidades

El marco se rellenaría luego con los elementos activados en el léxico fonológico:

\_\_\_6\_\_\_ Mil \_\_\_3\_\_\_ Cien \_\_\_2\_\_\_ \_\_\_5\_\_\_  
 unidades unidades decenas unidades

Este marco sintáctico especifica las palabras requeridas, pero lo hace en un formato léxico abstracto (es decir, este nivel sintáctico no está ligado a la modalidad oral o escrita). En cambio, las modalidades oral y escrita se diferenciarían en el nivel de la recuperación léxica, ya que la primera ha de recuperar la forma de la palabra en el léxico fonológico de salida y la segunda ha de hacerlo en el léxico gráfemico de salida.

En el apartado correspondiente revisaremos las principales disociaciones entre errores léxicos y errores sintácticos, observadas en los pacientes, que vendrían a apoyar los postulados de este modelo.

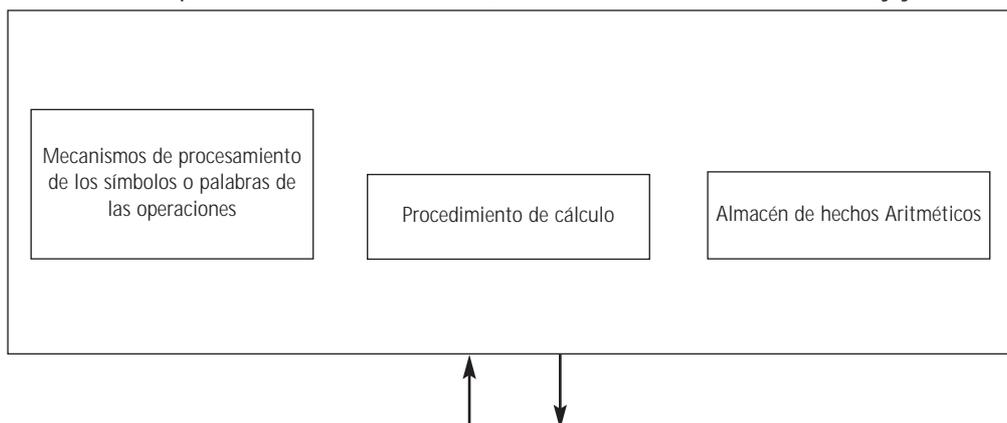
#### *Sistema de procesamiento del cálculo*

El modelo de procesamiento del cálculo de McCloskey y otros (1985) incluye, además del sistema de procesamiento de los números, que le aporta la información acerca de las cantidades sobre las que ha de operar, tres componentes principales (Figura 5.6): a) un mecanismo para el procesamiento del símbolo (x) o de la palabra (por) que indica el tipo de operación a realizar, b) un mecanismo para la recuperación de los hechos aritméticos, y c) un mecanismo para la ejecución de los procedimientos aritméticos, o componente de cálculo propiamente dicho.

Los hechos aritméticos formarían parte integrante de la memoria semántica. Los procedimientos aritméticos formarían parte de la memoria procedimental y son específicos de cada operación aritmética. Consisten en la información necesaria para saber por dónde empezar, en qué dirección proceder, qué hacer, cómo y a dónde llevar, etc.

FIGURA 5.6

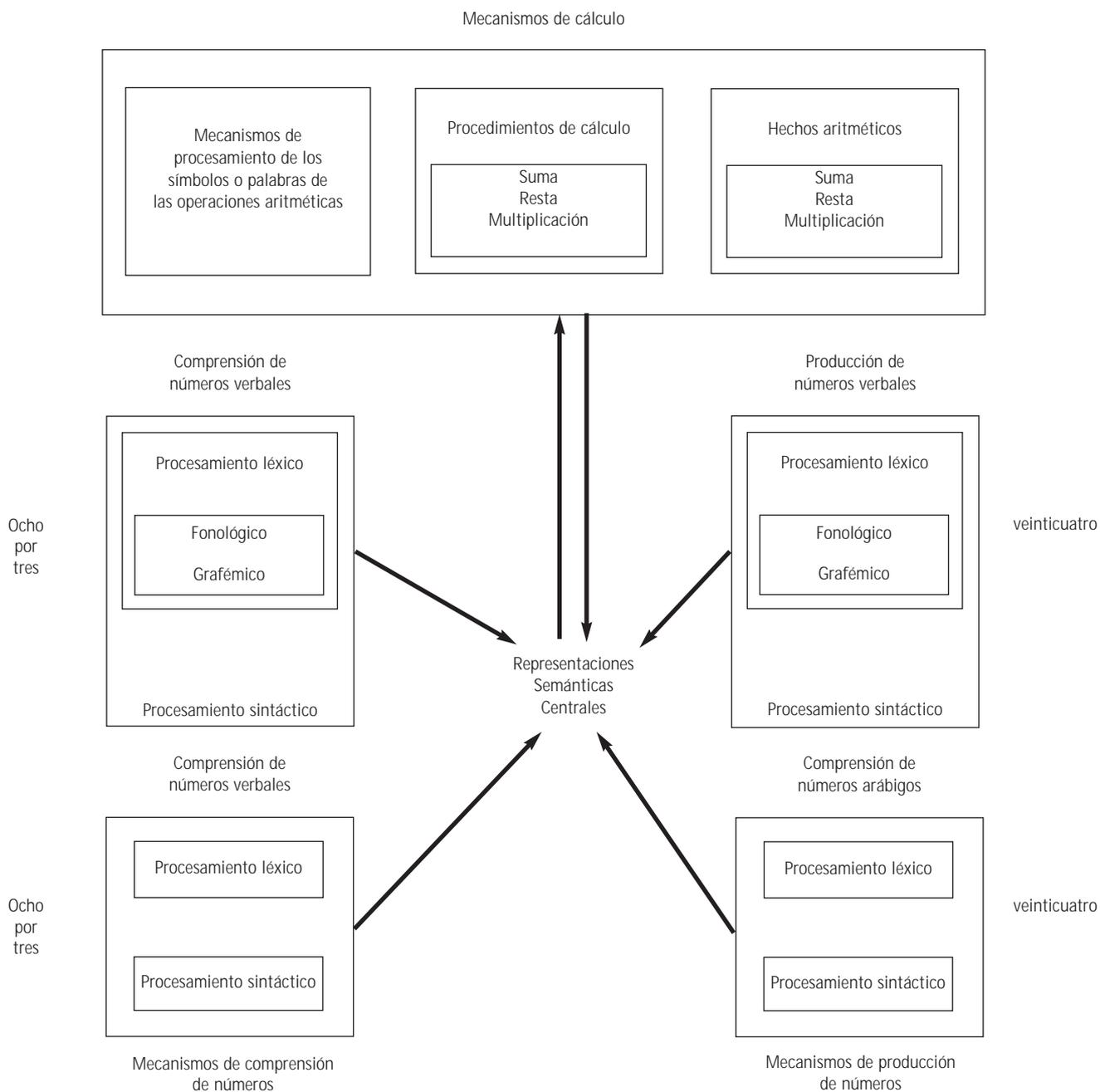
*Sistema de procesamiento del cálculo, dentro del Modelo de McCloskey y otros*



La ejecución de una operación de cálculo escrita se iniciaría con la comprensión de los numerales arábigos, lo que implica su traducción a una representación interna abstracta (Figura 5.7). Esta representación, junto con el procesamiento del correspondiente signo aritmético, activaría el procedimiento propio de esa operación (es decir, el plan ordenado para ejecutarla). La ejecución de ese plan da lugar a la solución. Alternativamente, en el caso de las operaciones sencillas, la representación abstracta de los operandos, junto con la información acerca de la operación a realizar (contenida en el signo aritmético), desencadenaría la búsqueda y recuperación del correspondiente hecho aritmético. Una vez recuperado éste, el procedimiento intervendría para decirnos cómo y dónde escribir ese resultado.

FIGURA 5.7

Modelo de procesamiento de los números y del cálculo de McCloskey y otros (1985, 1991)



Así, ante una operación de multiplicación como, por ejemplo,  $34 \times 27$  el procesamiento del signo "x" activaría automáticamente el procedimiento de la multiplicación. Éste activaría, en primer lugar, el procesamiento de los dígitos de la columna de la derecha, para su comprensión, lo que implica su conversión en sus correspondientes representaciones abstractas internas, en términos de:  $(\{2\}10EXP1, \{8\}10EXP0)$ . En segundo lugar, estas representaciones,

junto con la información acerca de la operación a realizar, activaría el proceso de recuperación de hechos aritméticos, que proporcionará el resultado. En la etapa siguiente, el procedimiento indicaría que el dígito correspondiente a las unidades se ha de escribir bajo la columna de la derecha y se activará el mecanismo general de escritura de dicho dígito. Además, indicaría que el dígito correspondiente a las decenas se ha de sumar al resultado de multiplicar 7 por 3... etc. Una vez completadas las operaciones de multiplicación, se activaría el procedimiento de la suma, se ejecutarían las sumas y se escribirían los dígitos correspondientes.

El modelo de McCloskey puede ser considerado como un repertorio mínimo de mecanismos cognitivos para el procesamiento de los numerales arábigos y verbales y de operaciones aritméticas básicas, de acuerdo con la idea de los autores, según la cual “cuando se están desarrollando teorías cognitivas, es ventajoso comenzar con un modelo simple y fuertemente restringido” (McCloskey, 1992, p. 118).

La principal hipótesis de este modelo es la referente a la modularidad de sus componentes, que permite predecir la existencia de déficit específicos correspondientes al daño selectivo en cada uno de ellos. Ahora bien, no se asume que sus componentes sean módulos biológicos genéticamente dados, sino mecanismos cognitivos que se desarrollan con la experiencia y el entrenamiento y que funcionan independientemente unos de otros (McCloskey, Aliminoso y Macaruso, 1991).

La modularidad de este modelo permite que una tarea sea descompuesta en todos los componentes implicados en su ejecución. Sin embargo, no todas las disociaciones postuladas han sido todavía observadas en pacientes neuropsicológicos.

El modelo de McCloskey y otros (1985) será objeto de controversia en relación con dos puntos principales: la modularidad de su arquitectura y la naturaleza abstracta de la representación mental de los números. Esta controversia dará lugar a otros modelos alternativos, entre los que cabe destacar el modelo de triple código de Dehaene y Cohen (1991).

#### 5.2.4. Modelo de Triple Código para el Procesamiento de los Números y del Cálculo, de Dehaene y Cohen (1991)

Dehaene y sus colaboradores han desarrollado su Modelo de Triple Código para el Procesamiento de los Números y del Cálculo partiendo, no de las disociaciones observadas en los pacientes neuropsicológicos (como es el caso del modelo de McCloskey y otros), sino de las observaciones procedentes de la psicología animal y de la psicología evolutiva. Además, han intentado encontrar las estructuras cerebrales que sustentarían cada uno de sus componentes. Hasta llegar a su forma actual, el modelo ha seguido un largo proceso, durante el cual los autores han ido introduciendo sucesivas modificaciones en el planteamiento general, a fin de adaptar éste a los nuevos datos propios o ajenos. En esta exposición se intenta reflejar ese largo proceso.

Habíamos visto que investigaciones procedentes de otros campos de la Psicología habían puesto de manifiesto que tanto los bebés como los animales de diferentes especies son capaces de resolver problemas de comparación de magnitudes. Se ha postulado así que estas habilidades se basan en un sistema preverbal en el que estarían representadas las magnitudes aproximadas (no exactas), que constituiría los cimientos para la adquisición de las habilidades numéricas y de cálculo basadas en el lenguaje. En el adulto, este sistema desempeñaría un papel central en la transmisión del significado de los números (Gallistel y Gelman, 1992).

Los experimentos de comparación de magnitudes numéricas realizados con sujetos normales sugieren la existencia de una representación analógica (espacial) de esas magnitudes. Así, el hecho de que los sujetos se comporten de manera idéntica cuando lo que han de comparar son objetos o cuando son números, sugiere que los números estarían representados mentalmente de la misma manera que las magnitudes físicas (el tamaño o el peso). Por otro lado, el hecho de que en ambos casos el TR decrezca al aumentar la distancia entre los dos estímulos (lleva menos tiempo comparar 33 con 37 que comparar 33 con 35), sugiere que la distancia numérica es directamente análoga a la distancia física. Por ello, se ha propuesto que los números estarían representados espacialmente a lo largo de una “línea numérica” mental, de tal forma que los números más próximos por su magnitud lo estarían también espacialmente. Además, se postula que esa distribución espacial obedecería la Ley de Weber-Fechner (Dehaene, Dupoux y Mehler, 1990).

Esta propuesta está siendo en la actualidad objeto de una intensa investigación por parte de diferentes equipos\*.

Dehaene (1992), partiendo de la afirmación de que los adultos aplican los principios de transcodificación y de cálculo simbólico sin conciencia de su base simbólica (McCloskey, 1992), postula que “tareas como la medida, la comparación de precios o los cálculos aproximados utilizan un *modo de aproximación* que se basa en el acceso y manipulación de un modelo mental de cantidades aproximadas similar a la *línea numérica mental*” y añade que, “para acceder a este modo de aproximación putativo, tanto los numerales arábigos como los verbales se traducen primero a un código analógico de magnitud (codificación analógica), que permite obviar la modalidad de aquéllos. Las cantidades numéricas así activadas se representan y se procesan del mismo modo que otras magnitudes físicas como la talla o el peso. Los mismos numerales pueden ser, paralelamente, procesados por la vía tradicional de la transcodificación y del cálculo simbólicos” (p. 20).

El mejor ejemplo de la existencia de una representación mental de los números en términos de magnitudes procedería del hecho de que el efecto de distancia es idéntico cuando se trata de numerales arábigos y cuando se trata de parámetros físicos como la longitud de dos líneas. Esto indicaría que los números no se comparan a nivel simbólico, sino que se convierten primero en un código analógico de magnitud (o *línea numérica*) y se comparan luego como magnitudes.

Otra prueba de la conversión de los números simbólicos en un código analógico de magnitud es el efecto SNARC (véase apartado 2.2). Dehaene (1992) explica éste diciendo que la presentación de un numeral arábigo suscita la activación automática (y, por tanto, inevitable) del código apropiado de magnitud relativa, a pesar de que dicho código es irrelevante para la tarea. Los datos de los experimentos sugieren que esta activación es más lenta o menos automática en el caso de los números multidígito. De ese modo, el efecto SNARC parece reflejar un cartografiado natural del continuo numérico en un espacio físico extracorporal, que es independiente de la mano dominante de los individuos y no cambia aunque éstos resuelvan la tarea cruzando las manos. En cambio, se invierte en los individuos cuyos sistema de lectoescritura procede de derecha a izquierda.

Si el postulado de dos vías diferentes para el procesamiento de los números (una simbólica y la otra analógica) es cierto, ha de ser posible observar su disociación en los pacientes neuropsicológicos.

El paciente NAU de Dehaene y Cohen (1991), que no presenta alteraciones de la comprensión ni de la producción de los números, puede resolver correctamente las tareas en las que se requiere un procesamiento aproximado de las magnitudes (comparar magnitudes numéricas, elegir el resultado más plausible para una operación de cálculo o elegir la cifra más aproximada para una distancia o un peso), pero no aquellas tareas que requieren un procesamiento exacto (resolver una operación de cálculo o decir si un resultado es correcto cuando el que se le presenta es próximo al real). Además, NAU no presenta el efecto de magnitud de los dígitos que presentan los adultos normales y que indicaría que el resultado se obtiene recorriendo una tabla. Por todo ello, los autores proponen que su paciente tiene alterado el sistema de procesamiento de los números y del cálculo utilizado por los adultos normales y que sólo puede operar con el sistema de representación analógica (espacial) de los valores de los números.

Más concretamente, el patrón de ejecución de NAU en las tareas de verificación del resultado de operaciones de cálculo en condición de elección múltiple parece indicar que en vez de acceder a una sola solución accedería a un conjunto de éstas, entre las que había de elegir una\*\*.

Esto explicaría por qué en sucesivos retests, el paciente elige diferentes soluciones para una misma operación. Además, cuando los operandos incluyen más de una cifra, ese conjunto de soluciones sería más amplio que cuando sólo tienen una. Esto explicaría, a su vez, por qué en el primer caso sus errores suelen ser más distantes de la solución correcta que en el segundo caso. Esos conjuntos de soluciones estarían escorados hacia los números de menor magnitud, lo que explicaría por qué NAU subestima consistentemente los resultados. Finalmente, el hecho de que sus

\*Sobre este tema se han defendido recientemente en el Departamento de Psicología Básica – Procesos Cognitivos de la UCM una tesis doctoral realizada por L. De Hevia codirigida por M.J. Benedet, L. Girelli y G. Vallar, y dos memorias para la obtención del D.E.A. en el programa de Doctorado en Neurociencias, realizadas respectivamente por N. Obeo y por J. M. Abolafia, dirigidas ambas por M.J. Benedet.

\*\*Esto es, como hemos visto, lo que proponen los modelos experimentales de recuperación de hechos aritméticos.

respuestas más rápidas correspondan a los resultados más alejados del correcto o a los más próximos, parece indicar que el problema se le plantea con aquellos resultados propuestos que se sitúan en los límites del conjunto activado.

Por otro lado, para explicar el patrón de ejecución de las sumas por NAU, Dehaene y Cohen (1991) invocan el modelo de ejecución de sumas mentales propuesto por Restle (1970), no sin subrayar que dicho modelo no permite explicar el procesamiento de las sumas en los individuos normales. Recordemos que, de acuerdo con el modelo de Restle, los sumandos se codificarían como segmentos mentales de longitud análoga a su magnitud. La suma consistiría en añadir mentalmente un segmento a otro (u otros), lo que permite explicar la obtención de sumas aproximadas, pero no la de sumas exactas (que sólo se darían por azar). Además, al tratarse de la representación de dimensiones físicas, ha de obedecer la Ley de Weber-Fechner, de acuerdo con la cual la variabilidad interna aumentaría con la magnitud de los números, lo que explica por qué la precisión de los resultados proporcionados por NAU decrece a medida que crece la magnitud de las sumas que se le proponen.

Así pues, todo apuntaría a que NAU ha perdido enteramente las rutinas del cálculo exacto, por lo que sólo puede basarse en una representación analógica de la magnitud de los números. Además, estarían preservadas sus conexiones con los sistemas de notación numérica.

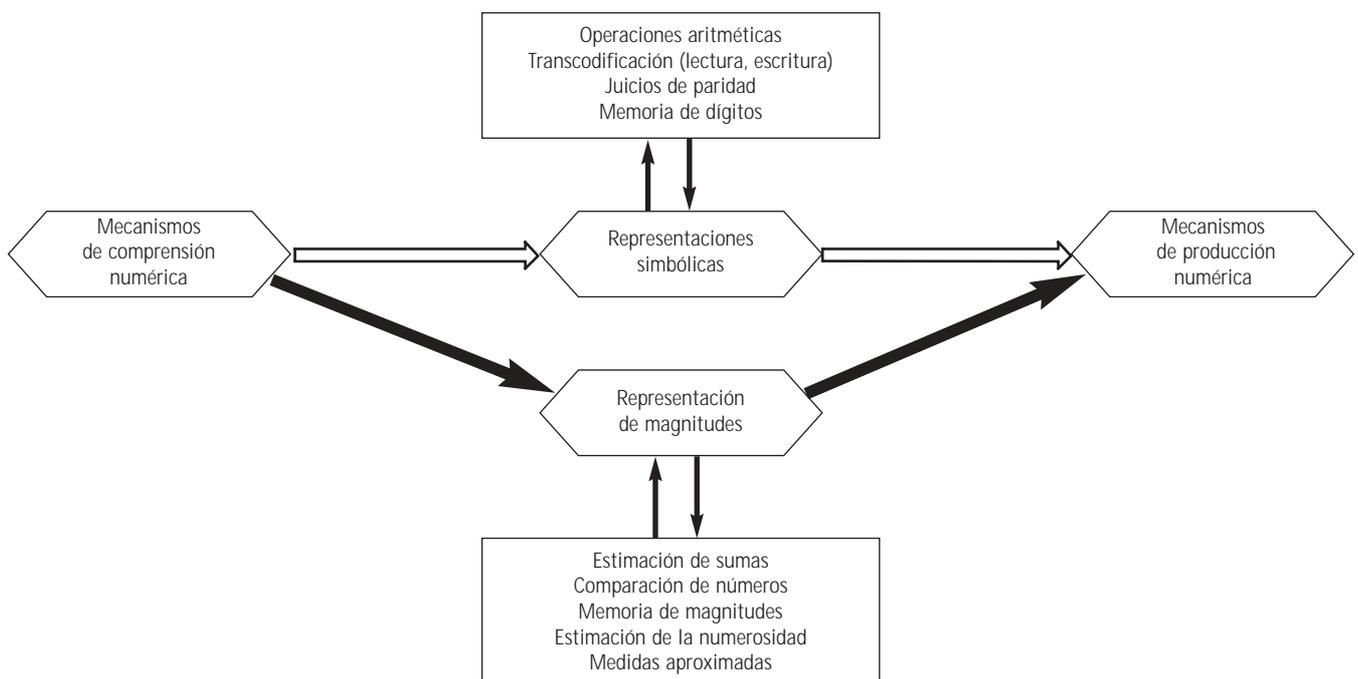
En principio se ha postulado que el efecto de disociación de la respuesta reflejaría una comparación *post hoc* del resultado computado por el sujeto con el resultado propuesto por el experimentador. Sin embargo, el hecho de que en algunos casos la respuesta a las sumas claramente incorrectas se produzca mucho más rápidamente que la respuesta a las sumas correctas, hace poco probable que los sujetos hayan tenido tiempo de llevar a cabo el cálculo exacto. Por ello, Ashcraft y Stazyk (1981) postulan que, en estos casos, recurren a un proceso de estimación global, que operaría en paralelo con la recuperación de los hechos aritméticos. Dehaene (1992) se pregunta hasta qué punto estos procesos de evaluación global son idénticos a los procesos de suma aproximada preservados en NAU.

#### Modelo de Cálculo de Doble Ruta

Es la primera formulación del modelo de Dehaene y Cohen (1991). En él (Figura 5.8) hay dos rutas paralelas para el procesamiento de los números y del cálculo. Una de ellas permite el procesamiento simbólico exacto para la transcodificación, los juicios de paridad, la memoria de dígitos y las operaciones aritméticas. La otra permite la manipulación de magnitudes numéricas aproximadas; es decir, la estimación de la numerosidad, las medidas aproximadas, la comparación de magnitudes, la memoria de magnitudes y la estimación del resultado de una operación.

FIGURA 5.8

Diagrama de doble ruta del cálculo de Dehaene y Cohen (1991)



Aunque en el adulto normal ambas rutas operarían simultáneamente y de manera coordinada, los adultos ejecutarían la mayoría de los cálculos numéricos manipulando símbolos en notación digital. Cuando esta vía está dañada, como en el caso de NAU o en el caso del paciente DRC de Warrington (1982), el cálculo exacto resulta severamente alterado, pero el uso de la vía especializada en la representación analógica de magnitudes aproximadas sigue siendo posible.

En vista de que la lesión que presentaba NAU afectaba a la práctica totalidad de la región posterior del hemisferio cerebral izquierdo, Dehaene y Cohen (1991) se plantean si la vía analógica para el cálculo aproximado puede tener su base anatómica en el hemisferio cerebral derecho. No olvidemos de que se trata de una representación espacial de los números. En todo caso, es una cuestión que, en ese momento, dejan abierta.

### *Modelo de Triple Código para la Cognición Numérica*

Es la segunda formulación del modelo de Dehaene, desarrollado a partir del modelo inicial de las dos rutas. Dehaene (1992) pretende en esta reformulación de su modelo "reconciliar" el modelo de códigos múltiples de Campbell y Clark (1988, 1992), el modelo de código semántico abstracto de McCloskey y otros (1985) y el modelo de ruta asemántica de Seron y Deloche (1982).

El modelo de triple código (Figura 5.9) está basado en dos premisas principales. De acuerdo con la primera, disponemos de tres códigos mentales para la representación de los números:

- 1) Un código verbal (fonológico y grafémico), o *Marco de la Palabra*, en el que los números estarían representados como secuencias de palabras sintácticamente organizadas. Por ejemplo, el número 43 estaría representado como "Decenas: {4} Unidades: {3}" (McCloskey, Sokol y Goodman, 1986). En esta representación, cada término constituye una dirección abstracta que, en su conjunto, equivale al *lemma* de una palabra (Levelt, 1989)\*. Así, "Unidades" indica la clase léxica en la que se encuentra el número, y "{2}" la posición que el número ocupa dentro de ella. Lo mismo que en el caso del lemma, esta representación remite a las formas fonológica y grafémica de las palabras referentes a los números. Este código es creado y manipulado por módulos verbales generales. Aunque sus relaciones precisas con el sistema de procesamiento del lenguaje no han sido aclaradas, ambos sistemas compartirían los mismos principios generales de procesamiento. Estas representaciones, que estarían sustentadas por la corteza perisilviana del hemisferio cerebral izquierdo, constituyen el código principal de acceso a los hechos aritméticos ("nueve por nueve ochenta y uno").
- 2) Un código visual arábigo, o *Forma Visual de los Numerales Arábigos*, que permite manipular éstos espacialmente. En este nivel, la representación de un número es una lista ordenada de los dígitos que lo integran. Así, el número 43 estaría representado como <4><3> (Caramazza y Hillis, 1990). Este código equivaldría a un código ideográfico, ya que cada símbolo representa una palabra y no una unidad fonológica (Cohen, Dehaene y Verstichel, 1994). Estaría sustentado por la corteza occipito-temporal ventral inferior de cada uno de los hemisferios cerebrales.
- 3) Un código analógico, o *Código Analógico de Magnitud*, en el que las magnitudes o cantidades asociadas con un numeral están analógicamente representadas como distribuciones locales de activación (inherentemente variables) a lo largo de una línea numérica orientada (de izquierda a derecha), que obedece a la ley de Weber-Fechner (Restle, 1970; Dehaene, 1989; Dehaene y otros, 1990). Es decir, la distancia entre los números consecutivos va disminuyendo a medida que crece el valor de aquéllos, de forma que dos números consecutivos grandes están más próximos entre sí que dos números consecutivos pequeños (Figura 5.9).

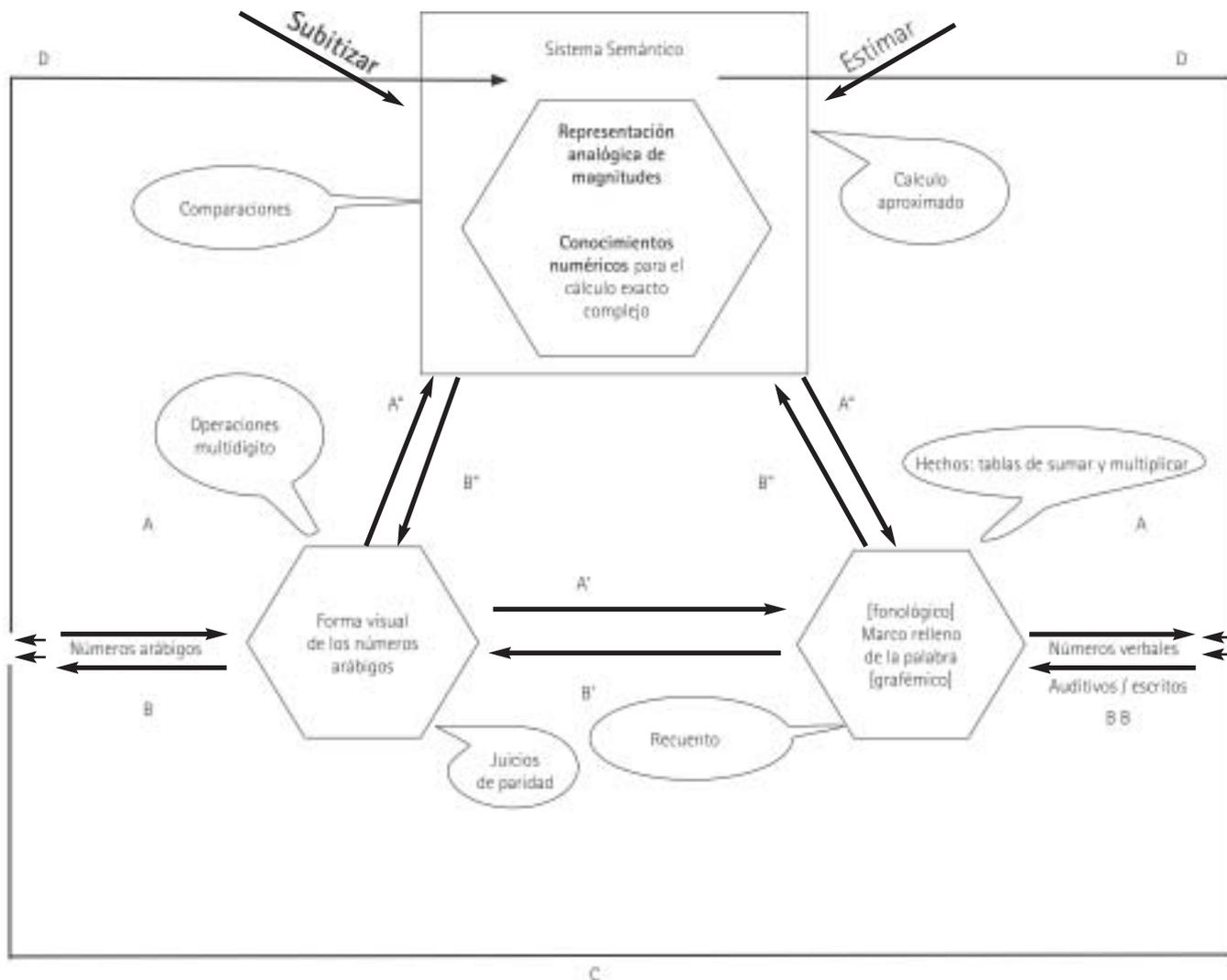
Estas representaciones proporcionan conocimiento semántico acerca de las cantidades numéricas, incluyendo la proximidad o las relaciones de magnitud entre dos cantidades. Estarían sustentadas por la región parietal inferior de cada uno de los hemisferios cerebrales. El Código Analógico de Magnitud es el único que contiene información semántica acerca de los números.

La información numérica que entra en el sistema será inicialmente representada para su tratamiento ulterior en aquel de los tres códigos mentales que corresponde a su naturaleza; la información numérica que sale del sistema será convertida, desde uno de esos tres códigos, en el formato requerido en cada caso. Así, en el caso de la comprensión de numerales arábigos, esa conversión se hará desde la representación de la forma visual arábigo de los

\*En Levelt (1989) un lemma es una representación abstracta que contiene información semántica y sintáctica acerca de una palabra y a partir del cual se accede a la forma de esa palabra.

FIGURA 5.9

Modelo del triple código de Dehaene (Dehaene, 1992; Cohen y otros, 1994; Dehaene y Cohen, 1991, 1995, 1997)



números; en el caso de su producción (escrita), esa representación de la forma visual arábiga de los números activará los programas motores gráficos correspondientes. En el caso de la producción de numerales verbales (orales o escritos) la correspondiente conversión correrá a cargo del marco verbal (auditivo o escrito), si bien, como hemos visto, este marco no es específico de los números, por lo que sólo se puede utilizar para los numerales verbales. En cuanto a la información tratada por el código analógico de magnitud, procedería de estímulos visuales o auditivos, cuya numerosidad es extraída directamente y representada en la "línea numérica" por procesos especializados (o "dedicados") de *subitización* y de estimación.

Vemos que, en cualquier tarea, la primera etapa consiste en la representación de los estímulos numéricos en el código correspondiente al formato sensorial de dichos estímulos, tras lo cual esas representaciones así obtenidas se transcódicarían en el código requerido por la tarea a realizar.

Los tres códigos se comunicarían mediante vías especializadas que permitirían la transcodificación (asemántica). Ésta sería un proceso complejo que implica diversas etapas. Así, por ejemplo, la transcodificación arábigo-verbal implica etapas diferenciadas para la planificación sintáctica y la recuperación léxica.

En cuanto a las transcodificaciones que implican el Código de Magnitud Analógica, operan aproximando a la información cuantitativa simbólica la información analógica de magnitud o *viceversa*. Lo harían categorizando la línea numérica continua en segmentos de diferentes longitudes, a cada uno de los cuales se le asignaría una etiqueta específica, arábigo o verbal. Ahora bien, estas transcodificaciones sólo permiten resultados aproximados.

Una cuestión que el autor deja abierta es si realmente es posible la transcodificación directa entre el código analógico y el código simbólico verbal o si, por el contrario, dicha transcodificación requiere la participación intermedia de la transcodificación en el código visual arábigo.

La segunda premisa del modelo es que cada procedimiento numérico o tarea a realizar va necesariamente ligado a un código de entrada y de salida específico. Es decir, ni se trata del código único abstracto, propuesto por McCloskey y otros (1986), ni se trata de que cada individuo prefiera el uso de un código u otro, como proponen Campbell y Clark (1988, 1992) o Noël y Seron (1992). De lo que se trata es de que cada manipulación mental de un número requiere uno u otro código, lo que implica que la solución de una tarea puede requerir más de una transcodificación.

Esta premisa se basa en los resultados de numerosos experimentos que sugieren que, por ejemplo, la estimación de la magnitud (o comparación numérica) sólo sería posible en el código analógico, que los juicios de paridad sólo serían posibles en el código visual arábigo, o que las tablas de multiplicar estarían almacenadas en el código verbal.

En consecuencia, el modelo de triple código distribuye las manipulaciones numéricas mentales en tres grupos, dependiendo del código mental requerido por cada una de ellas (véase Figura 5.9):

- 1) La comprensión auditiva o escrita y la producción oral o escrita de los numerales verbales, el recuento verbal y los hechos aritméticos (tablas de sumar y de multiplicar) no son diferentes de las demás actividades verbales no numéricas, por lo que utilizarían el código verbal auditivo (o escrito). Se puede predecir que su afectación en caso de lesión cerebral vaya ligada a la afectación de habilidades verbales generales.
- 2) La comprensión y la producción de los numerales arábigos, los juicios de paridad y las operaciones multidígito utilizarían el código visual arábigo, ya que requieren el dominio de un sistema especializado de notación posicional. Al tratarse de un sistema especializado, se puede predecir que sus alteraciones se disocien de las alteraciones del lenguaje.
- 3) Las tareas de estimación, *subitización*, comparación de magnitudes y estimación aproximada de resultados utilizan el código analógico.

El modelo del triple código implica que hay dos rutas para el cálculo sencillo (Dehaene y Cohen, 1997; Cohen y Dehaene, 2000).

Hay una *ruta directa* o *asemántica* que transcodifica automáticamente (y, por tanto, asemánticamente) los numerales arábigos en numerales verbales (3 x 4 a “tres por cuatro”). En esta ruta, la solución se activa automáticamente, a modo de una tarea de completamiento de oraciones (“tres por cuatro ... doce”). Esta ruta incluye tres etapas: a) la identificación visual de los numerales arábigos, b) su transcodificación en numerales verbales, y c) el completamiento de la secuencia verbal. En esta última etapa estaría implicado un circuito cortico-subcortical que incluye los ganglios basales y el tálamo, responsable del control de la secuenciación. La ruta directa es la que utilizamos normalmente para el cálculo sobreaprendido (sumas y multiplicaciones de un solo dígito). En cambio, no es viable para las restantes operaciones.

Disponemos, además, de una *ruta indirecta* o *semántica*, en la que los operandos se codifican como cantidades. Estas representaciones, que están sustentadas por la corteza parietal inferior de ambos hemisferios cerebrales, se pueden utilizar para el cálculo semántico. Los resultados de éste se pueden luego transferir desde la corteza parietal izquierda a la región perisilviana del mismo hemisferio cerebral, responsable del lenguaje, lo que permite verbalizarlos. Por ejemplo, el cálculo de  $15 - 12$  se iniciaría con la activación de la representación de la cantidad correspondiente a 15, que se iría disminuyendo unidad a unidad, hasta llegar a la cantidad 12, lo que implica que se ha hecho esa operación tres veces. Esta ruta semántica indirecta se utilizaría siempre que no disponemos de hechos aritméticos que permitan resolver una operación de cálculo (o no podemos acceder a ellos).

Parece probable que en buena parte de las operaciones de cálculo utilicemos una combinación de ambas rutas. Así, en las sumas y multiplicaciones de un solo dígito Dehaene y Cohen (1995) asumen que se utilizaría el código de magnitud para guiar la recuperación de los hechos aritméticos por la ruta directa, cuando esa recuperación no se hace automáticamente. Por ejemplo, si no se logra activar el resultado de “seis por tres”, el código de magnitud puede reorganizar la operación como  $3 \times 6$ , de forma que el código verbal (“tres por seis”) pueda activarlo. Los autores denominan este proceso “elaboración semántica”. Además, la ruta semántica puede ser útil para controlar la plausibilidad de un resultado recuperado por la vía directa (Ashcraft y Stazyk, 1981; Dehaene y Cohen, 1991).

En virtud de estos dos postulados, Dehaene y Cohen (1997) añaden al componente de representación analógica de magnitudes aproximadas (único que contiene información semántica), diferentes tipos de información categorial

exacta de cantidades numéricas, necesarias para la "elaboración semántica". Cada uno de esos diferentes tipos de información numérica exacta podría dissociarse de los demás. En su conjunto, los conocimientos semánticos, aproximados y exactos (sustentados por la corteza parietal inferior bilateral) se disocian de los hechos aritméticos (sustentados por el circuito cortico-pálido-talámico del hemisferio cerebral izquierdo).

Los autores asumen que, debido a que la multiplicación y la suma sencillas se aprenden de memoria en el colegio, están automatizadas en nuestra memoria a largo plazo. En cambio, la resta, la división y las sumas complejas (con sumandos superiores al 10) no están automatizadas, por lo que requieren manipulación semántica de las cantidades numéricas y estrategias "back-up", como contar.

Las disociaciones de las operaciones aritméticas se deberían a los diferentes tipos de procesamiento y no a un daño en las representaciones almacenadas (como postula el modelo de McCloskey). Así:

- a) Un daño en la ruta directa (o asemántica) dará lugar a una afectación selectiva de la multiplicación y de las sumas sencillas. Las sumas más complejas, las restas y las divisiones pueden resultar preservadas en la medida en la que no se puedan resolver mediante la recuperación de hechos aritméticos.
- b) Un daño en la ruta indirecta (o semántica) dará lugar a una afectación selectiva de las sumas más complejas, las restas y las divisiones, con preservación del cálculo archiaprendido.

Ahora bien, en el caso de daño en la ruta asemántica, se pueden resolver los cálculos propios de esta ruta por la ruta semántica (es decir, si no se pueden recuperar los hechos aritméticos se pueden computar las operaciones). Esto implica que si el paciente no resuelve los cálculos más sencillos ( $3 + 5$ ) hay que postular que tiene dañadas ambas rutas.

Por otro lado, la anaritmia resultante de las lesiones en la corteza parietal inferior izquierda se caracterizaría por un déficit específico del dominio: el conocimiento semántico de los números y, con él, el cálculo por la ruta indirecta semántica, que apela a los procedimientos de cálculo. El cálculo por la vía directa o asemántica, que apela exclusivamente a los hechos aritméticos debería estar preservado.

Por su parte, la anaritmia resultante de las lesiones subcorticales del hemisferio cerebral izquierdo se caracterizaría por la no especificidad del dominio. Es decir, no sólo afectaría al cálculo archiaprendido, sino a todas las secuencias verbales automatizadas (alfabeto, días de la semana, meses del año, poemas, oraciones, canciones, etc.). En cambio, el cálculo no automatizado, basado en el uso de procedimientos de recuento y otros, estaría preservado.

Dehaene y Cohen (1997) fundamentan esta disociación mediante el estudio de dos pacientes (MAR y BOO) que, en conjunto, presentan la disociación predicha por su modelo. El paciente MAR tuvo dificultad para resolver la mayoría de las tareas cuantitativas (juicios de magnitud, de proximidad, de transcripción escrita de los grados marcados por un termómetro, etc.). En cambio, realizó perfectamente todas las tareas verbales no numéricas basadas en memoria rutinaria (series, poemas, etc.). En cuanto a las operaciones de cálculo, resolvió mucho mejor las operaciones de multiplicación que las de resta, en las que mostró una dificultad severa.

Por su parte, la paciente BOO presentó el patrón de déficit opuesto. Su comprensión de las magnitudes numéricas era excelente, pero tenía dificultades severas para recuperar la información de la memoria rutinaria (incluido el alfabeto) y los hechos aritméticos: fracasó masivamente en las operaciones de multiplicación; en cambio la suma y la resta estaban mejor preservadas.

Si en términos generales esta disociación fundamenta las dos rutas para el cálculo postuladas por el modelo de Dehaene, algunos de los resultados parciales parecen contradecirlo. Así, a pesar de sus dificultades, el paciente MAR fue capaz de resolver por encima del nivel del azar algunas de las tareas que requieren el procesamiento de las magnitudes. En realidad, todas las tareas en las que MAR mostró una ejecución parcialmente preservada tienen en común que requieren una comprensión de la cantidad correspondiente a un número, pero no la producción verbal de las palabras que transmiten el resultado. Esto parece indicar que, por un lado, MAR ha perdido parte de su conocimiento cuantitativo y, por otro, que el que le queda no logra comunicarse con el sistema verbal. Presentaría, pues, una desconexión total entre un sistema cuantitativo parcialmente dañado y un sistema verbal intacto.

Dos nuevas pacientes, estudiadas por Lemer, Dehaene, Spelke y Cohen (2003), ofrecen a los autores la oportunidad de identificar dos patrones de déficit diferentes.

Un primer patrón es el observado en la paciente BRI, que presentaba alteraciones de la multiplicación, junto con una preservación relativa de la resta y, en general, del conocimiento cuantitativo, tanto en las tareas simbólicas como en las no simbólicas. Los autores explican este patrón en términos de la distinción básica entre el sistema verbal específicamente humano de representación de los números (necesario para la multiplicación) y el sistema cuantitativo no verbal.

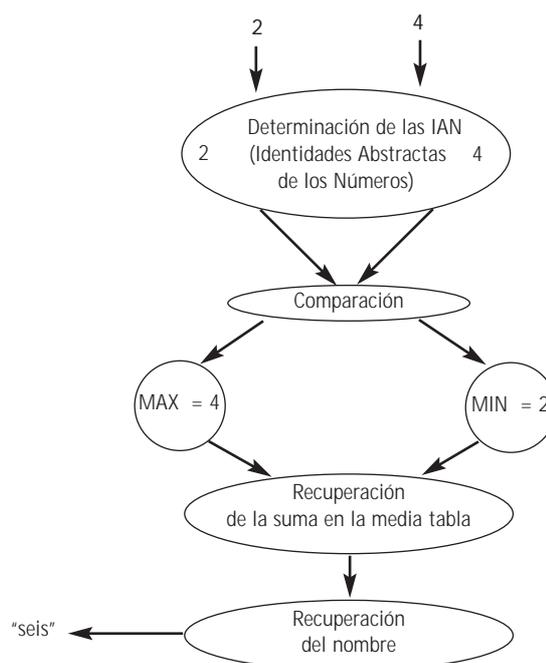
El segundo patrón se observa en la paciente LEC, que fue incapaz de resolver las tareas más sencillas de subitización (sobre dos o tres puntos) o de comparación de magnitudes, lo que se acompañaba de una dificultad moderada para resolver restas, mientras era capaz de resolver multiplicaciones en el mismo nivel que los controles normales. Este patrón sugiere a los autores que la lectura y la escritura de números, el recuento y la recuperación de hechos aritméticos de la memoria pueden estar preservados en presencia de déficit severos de la manipulación básica de cantidades grandes o pequeñas.

Esta clara disociación entre esos dos *clusters* de habilidades es tomada por los autores como una prueba que viene a confirmar su modelo.

### 5.2.5 Modelo COMP de la Suma

Butterworth y otros (2001) proponen un nuevo modelo de recuperación de hechos de la suma de operandos de un solo dígito, basado en la hipótesis de que los hechos de la suma están almacenados en la memoria a largo plazo con una organización  $\max + \min$ , sin una representación de su versión conmutada ( $\min + \max$ )\*, ya que parece ser así como los niños organizan estos hechos aritméticos cuando los van aprendiendo. El modelo implica que el principio organizativo de los hechos aritméticos en la memoria es una propiedad de la magnitud numérica específica del dominio, por un lado, y que en un nivel del procesamiento, la magnitud de los sumandos ha de ser comparada (de ahí el nombre del Modelo). Los autores someten su hipótesis a verificación con un grupo de adultos, basándose en particular en sus TR. Se asume que la recuperación de los hechos aritméticos de las sumas de un solo dígito tiene lugar a través de una serie de etapas (Figura 5.10). Cada etapa del procesamiento de la suma tiene su propio TR.

**FIGURA 5.10**  
*Modelo COMP, de Butterworth y otros, 2001*



\* La expresión  $\max + \min$  se refiere al postulado de Groen y Parkman (1972), según el cual se comenzaría a contar a partir del sumando mayor, añadiéndole una a una las unidades del sumando menor.

En la primera etapa, se identifican los numerales, con independencia de cuál sea su formato (verbal auditivo o escrito, o arábigo), si bien en su estudio sólo se utilizaron numerales arábigos. Identificación significa que se establece la identidad del numeral, abstrayéndola de sus características físicas (fuente, tamaño, color, etc.), en una operación análoga a la descrita para extraer la identificación abstracta de las letras (IAL) en la lectura. Tendríamos así la identidad abstracta de los numerales (IAN). La diferencia entre ésta y la IAL es que en las IAN cada número tiene un significado. Hay pruebas de que la información acerca de la magnitud cardinal del numeral se activa automáticamente, aun cuando sea irrelevante, por lo que los autores asumen que la salida de la etapa de identificación son magnitudes cardinales. Aunque no hay datos al respecto, también asumen que el tiempo requerido por esta etapa es el mismo para todos los numerales, en la lectura, la comparación y la suma. Por último, asumen que la identidad de la operación aritmética a realizar se establece a partir del signo "+."

La etapa de comparación toma como entrada la magnitud de cada sumando, las compara y asigna la etiqueta max(n) al mayor y la etiqueta min(n) al menor. Esta etapa requiere el mismo tiempo que toda tarea de comparación: ese tiempo es mayor cuanto más próximas están las cantidades a comparar. Los autores asumen que, en el caso de los números iguales, la comparación podría ser física, saltándose así esta etapa de comparación. En cambio para los ceros no está claro si llevan a cabo una rápida comparación o si utilizan alguna otra estrategia.

La etapa de recuperación de la solución utiliza max y min para ubicar la suma relevante. Puesto que se asume que sólo uno de los pares de la conmutación está almacenado, también lo estará sólo la mitad de la tabla (4 x 3, pero no 3 x 4).

Finalmente, una vez recuperada la suma, se produce la respuesta (en el caso de esta investigación, en su formato oral). En esta etapa, la entrada sería una forma abstracta de la solución y la salida el numeral verbal. La magnitud, la frecuencia y las propiedades fonéticas del nombre en el idioma en cuestión contribuyen al tiempo requerido por esta etapa.

Butterworth y otros someten su modelo a verificación con 20 adultos normales que ejecutan tres tipos de tareas: lectura en voz alta de numerales arábigos, comparación de magnitudes y sumas sencillas. Sus resultados parecen demostrar su validez.

### 5.3. CONCLUSIONES

Vemos que los diferentes modelos que intentan explicar el procesamiento del cálculo y sus alteraciones postulan diferentes tipos de representaciones, diferentes vías de acceso a ellas y diferentes mecanismos de procesamiento. En el Capítulo siguiente consideraremos algunos postulados básicos acerca de los cuales hay un cierto acuerdo. Además, discutiremos con diferentes autores cada uno de los modelos (experimentales y neuropsicológicos) presentados en esta Memoria, a la luz de las disociaciones observadas en los pacientes neuropsicológicos. En efecto, veremos que los estudios realizados dentro de la Neuropsicología cognitiva tratan de interpretar los datos obtenidos, no sólo a la luz de los modelos propuestos dentro de esta disciplina, sino además a la luz de los modelos experimentales.

# 6

## EL PROCESAMIENTO DEL CÁLCULO



## 6.1. NATURALEZA DE LAS REPRESENTACIONES QUE PARTICIPAN EN EL PROCESAMIENTO DEL CÁLCULO

¿Qué tipo de información es necesario activar para resolver las operaciones de cálculo?

McCloskey y sus colaboradores (McCloskey, 1991b; 1992; McCloskey y otros, 1991; Sokol y McCloskey, 1991; Sokol, McCloskey y Cohen, 1989; Sokol y otros, 1991) tratan de responder a esta cuestión, intentando determinar cuál es la estructura interna de los mecanismos de procesamiento subyacentes al cálculo básico.

Dentro de su línea de trabajo, McCloskey y otros (1991b) analizan la ejecución de operaciones de multiplicación de 14 pacientes, estudiados uno a uno (es decir, mediante catorce estudios de caso único). Tanto el nivel educativo como el uso de las operaciones de cálculo requerido por la actividad profesional y por la vida cotidiana de cada uno de ellos daban testimonio de que sus habilidades de cálculo premórbidas eran, cuando menos, buenas. Se instruyó a los pacientes para que, siempre que fuera posible, intentaran recordar las respuestas en vez de calcularlas. Se les aplicaron cuatro tipos de operaciones: a) operaciones en las que cada operando incluía un solo dígito del 1 al 9 (es decir, sin ceros); b) operaciones en las que cada operando estaba constituido por un solo dígito, incluyendo ceros; c) operaciones en las que cada operando incluía más de un dígito del 1 al 9 (es decir, sin ceros), y d) ídem, pero incluyendo ceros.

Consideraremos con los autores la naturaleza de cada uno de estos cuatro tipos de operaciones, así como los tipos de errores a los que cada uno de aquéllos puede dar lugar.

### a) Operaciones en las que cada operando incluye un sólo dígito del 1 al 9

Se postula que la multiplicación de operandos constituidos por un solo dígito y que no incluyen ceros implica: a) procesos de comprensión que permiten acceder, a partir de la operación estímulo ( $3 \times 6$ ), a una representación interna de la misma; b) procesos que utilizan dicha representación para *recuperar hechos aritméticos* (es decir, para recuperar una representación interna de la solución), y c) procesos de producción de resultados, que permiten acceder desde la representación de éstos al código deseado (verbal, oral o escrito, o arábigo) para la respuesta. Cada una de estas etapas puede dar lugar a un déficit específico.

#### *Clasificación de los errores*

Los errores de los pacientes se clasificaron en errores de omisión y errores de comisión.

*Los errores de omisión* son aquellos en los que el paciente no dio respuesta o contestó "no sé".

*Los errores de comisión* son aquellos en los que el paciente dio una respuesta errónea. Estos errores se clasificaron en cuatro tipos:

- Errores de operando*: La respuesta sería correcta para otro dígito de uno de los operandos. Así, en  $7 \times 8 = 48$ , la respuesta sería correcta para  $6 \times 8$  (es decir, si el primer operando fuera 6 en vez de 7).
- Errores de operación*: La respuesta es correcta para esos mismos operandos, pero en una operación diferente. Así, en  $7 \times 8 = 15$  (15 sería correcto para  $7 + 8$ ).
- Errores de tabla*: Una respuesta errónea que sería correcta para dos operandos diferentes, pero de la tabla. Así,  $6 \times 9 = 56$  (56 sería correcto para  $7 \times 8$ ).
- Errores no relacionados con las tablas*.

#### *Origen de los errores*

De acuerdo con el modelo de red de recuperación, de Ashcraft (1987), los errores de omisión se producirían cuando ninguna de las soluciones almacenadas alcanza el umbral de activación. McCloskey y otros (1991b) consideran que esto podría ocurrir por dos razones. Una es que el proceso de recuperación no logre activar ninguna respuesta con la fuerza suficiente. La otra es que algunos pacientes adopten un umbral más alto que otros, como resultado de que no se permite dar una respuesta si no están seguros de que es correcta.

En cuanto a los errores de comisión, los resultados de la investigación con individuos normales admiten dos explicaciones. De acuerdo con una de ellas, esos errores se cometerían cuando se activa una respuesta errónea en vez de la esperada. Es decir, cuando se elige uno de los nodos activados que no es el correcto (Ashcraft, 1987). Si esta explicación llegara a estar un día debidamente fundamentada, podría explicar los errores de operando, de operación y de tabla. En cambio, ese no es el caso de los errores no relacionados con las tablas, ya que éstos no se deben a la selección de una respuesta que sería correcta para otro problema, por lo que no sería un hecho almacenado y, por tanto, no se podría activar. Si bien estos errores son muy infrecuentes en los individuos normales, en los pacientes neuropsicológicos se observan con frecuencia, por lo que requieren una explicación. McCloskey y otros (1991b) sugieren que podrían ser el resultado de la amalgama entre dos respuestas que se activan a la vez, o bien el resultado del acceso incompleto a una representación almacenada. Sin embargo, los modelos actualmente disponibles no permiten este tipo de explicaciones.

La otra explicación de los errores de comisión se desprende del modelo de distribución de asociaciones de Siegler y Shrager (1984; Siegler, 1988). De acuerdo con este modelo, un error se puede producir si se activa una respuesta con una fuerza asociativa suficiente para superar el umbral (con lo que el proceso de búsqueda se detiene, aunque haya otra respuesta con mayor fuerza asociativa). Ahora bien, ¿cómo llegan a asociarse con un problema esas soluciones erróneas? Siegler y Shrager (1984) y Siegler (1988) postulan que cada vez que se activa la solución de una operación, la asociación entre ambas se fortalece. Si tenemos en cuenta que hasta que un niño tiene bien consolidados los hechos aritméticos ha de recurrir (aunque cada vez con menos frecuencia) a calcular las soluciones, no es difícil imaginar que cada vez que ese cálculo le falla, la asociación entre la correspondiente representación de la solución errónea y la operación que el niño está intentando resolver se fortalece. Estas representaciones de soluciones erróneas adquiridas en la infancia serían las responsables de los errores que cometemos los adultos.

Siegler (1988) clasifica estos errores en dos tipos. Uno de ellos se debe a que uno de los operandos se añade más veces de las debidas o menos (al calcular  $5 \times 6$  el niño puede añadir el 5 cinco veces o siete veces en lugar de seis). Cuando el adulto recupera las consiguientes representaciones, en vez de la correcta, comete errores de operando. El otro tipo de error se produce cuando se comete un simple error de cálculo, como cuando (para multiplicar  $6 \times 7$ ) al sumar 6 a 36 se obtiene 43. Ambos tipos de error darían lugar en el adulto a la recuperación de una representación de los errores no relacionados con las tablas. En el primer caso, la relación entre el error y la solución correcta es del tipo múltiplo; en el segundo caso, el error es simplemente próximo a la solución correcta.

Si el daño cerebral debilita las asociaciones entre las operaciones y las posibles soluciones de manera no uniforme, puede ocurrir que la asociación de un problema con su solución correcta resulte más afectada que su asociación con una solución incorrecta, por lo que será ésta la seleccionada. Pero aun en el caso de afectación uniforme, podría ocurrir que la asociación debilitada entre un problema y su solución correcta impida que ni ésta ni ninguna otra solución alcance el umbral. En estos casos, al individuo sólo le queda recurrir a elegir una respuesta sin compararla con el umbral, mediante un proceso que Siegler (1988) denomina "adivinanza sofisticada". Este tipo de respuestas tienen más probabilidades de ser erróneas.

McCloskey y otros (1991b) consideran que una ventaja del modelo de Siegler y Shrager es que los errores no relacionados con las tablas se explican mediante el mismo mecanismo que los restantes errores. Además, el supuesto de la recuperación mediante adivinanza sofisticada explica por qué un paciente da soluciones diferentes a una misma operación en diferentes ensayos. Sin embargo, no explica claramente los errores relacionados con las tablas, que no sólo se dan frecuentemente en los pacientes neuropsicológicos, sino además (aunque con mucha menos frecuencia) en los individuos normales. Si todos los tipos de errores proceden de la recuperación de soluciones incorrectas asociadas con las representaciones de las operaciones, no está claro qué clase de daño funcional daría como resultado el aumento selectivo de los errores relacionados con las tablas o bien el aumento selectivo de los errores no relacionados con las tablas, una disociación observada por McCloskey y otros (1991b) en sus pacientes. Estos autores apuntan a dos posibles explicaciones. De acuerdo con una de ellas, estas diferencias entre los pacientes no reflejarían diferencias en el daño cerebral, sino diferencias premórbidas en la fuerza de las asociaciones entre las representaciones de los resultados y las representaciones de las correspondientes operaciones. Pero la otra posible explicación es que los errores no relacionados con las tablas no tengan su origen en la recuperación de soluciones incorrectas, lo que restaría validez al modelo de Siegler y Shrager.

McCloskey y otros (1991b) concluyen así que, aunque tanto el modelo de activación de nodos erróneos almacenados (Ashcraft, 1987), como el modelo de respuestas incorrectas almacenadas (Siegler y Shrager, 1984; Siegler, 1988) podrían llegar a ofrecer explicaciones plausibles del origen de los errores de recuperación de hechos aritméticos, si bien se requiere más investigación.

## b) Operaciones en las que cada operando está constituido por un sólo dígito, incluyendo el 0

La multiplicación de operandos constituidos por un solo dígito, incluyendo el 0, se diferencian de las precedentes en que requieren la *recuperación de una regla aritmética general* (es decir, aplicable a todas las instancias de un mismo tipo de operación).

### *Representación de las reglas aritméticas generales*

Mientras en la solución de operaciones de un solo dígito que no incluyen ceros los adultos normales del estudio de McCloskey y otros (1991b) apenas cometieron errores, sus errores en la solución de operaciones de un solo dígito que incluyen ceros fueron numerosos. Estos resultados no concuerdan con los de otros estudios (referidos por McCloskey y otros) con adultos normales más jóvenes que ellos, en los que apenas se observaron errores en este tipo de operaciones. Por otro lado, mientras tres de los pacientes de McCloskey y otros (1991b) apenas cometieron errores en este tipo de operaciones con ceros, los porcentajes de errores de seis de ellos oscilaron entre 33 y 100.

Este conjunto de datos apunta a que la información necesaria para resolver operaciones de un solo dígito que incluye ceros podría ser especialmente susceptible al olvido, de tal forma que los errores serían consecuencia de éste y no necesariamente del daño cerebral. ¿Cuál es, pues, la naturaleza de la representación de esa información y cómo se accede a ella?

A diferencia de lo observado en operaciones de un dígito que no incluyen ceros, en los que los errores no se distribuían uniformemente entre los tipos de operaciones, cuando estas operaciones incluyen ceros la distribución de los errores es totalmente uniforme. Esta observación indica que mientras el primer tipo de operaciones se resuelve mediante la recuperación de representaciones de hechos aritméticos individuales, el segundo tipo de operaciones se resuelven mediante la recuperación de una regla general que se aplica a todos ellos. Por ejemplo: "todo número multiplicado por 0 es igual a 0". Esto explicaría por qué mientras unos pacientes (que recuerdan la regla) no tienen fallos en esas operaciones, otros (que la han perdido) presentan numerosos fallos en ellas, dando lugar a ese patrón de ejecución tan uniforme observado en este tipo de problemas. De hecho, el paciente PS (McCloskey y otros, 1991b), que había mostrado 100% de errores en un bloque de operaciones, mostró 100% de aciertos en un bloque que le fue presentado después, lo que parece indicar que en este último caso había recuperado espontáneamente la regla.

La idea de que las operaciones de multiplicación que incluyen ceros se resuelven mediante la aplicación de una regla había sido apuntada por numerosos investigadores a la vista de los datos disponibles. Ahora bien, el trabajo de McCloskey y otros (1991b) que estamos comentando es el primero que intenta fundamentar esa hipótesis.

La primera cuestión que se plantean estos últimos autores es si hay una sola regla para la computación del cero o hay dos. Se basan para ello en que en sus pacientes FW y JB los resultados no fueron uniformes en el conjunto de operaciones de un dígito que incluían ceros, pero sí dentro de cada uno de dos tipos de operaciones: FW presentó un elevado porcentaje de errores en las operaciones del tipo  $N \times 0$  ( $5 \times 0$ ) y un bajo porcentaje en las operaciones del tipo  $0 \times N$  ( $0 \times 5$ ). JB presentó el patrón contrario.

Esta doble disociación se observó también en otros pacientes, lo que invita a considerar que hay diferencias individuales en el número de reglas representadas: mientras unos individuos tendrían representada una única regla que utilizarían en ambos tipos de operaciones, otros dispondrían de dos reglas diferentes, cada una representada independientemente de la otra. Además, parece posible que en unos pacientes ambas reglas estén preservadas y en otros ambas estén afectadas.

De todas formas, estos resultados diferencian las operaciones que incluyen ceros de las que no los incluyen, ya que en estas últimas el orden de los operandos no influyó en los resultados de los pacientes, lo que parece indicar que en ambos casos ( $3 \times 5$  ó  $5 \times 3$ ) una operación se resuelve recuperando un mismo hecho aritmético.

Por otro lado, aunque los datos de sus pacientes parecen indicar el uso de otras reglas generales (por ejemplo,  $N \times 1 = N$ ;  $N/N = 1$ ;  $0/N = 0$ ), esos datos no son tan claros como en el caso de la regla del cero.

#### *Origen de los errores de la regla del cero*

Los errores en la solución de operaciones que requieren la aplicación de la regla del 0 pueden tener dos tipos de explicaciones: se trata de fallos en la recuperación de la regla o bien es el resultado de la presencia de reglas erróneas almacenadas.

#### *Errores debidos a fallos en la recuperación de la regla errónea*

Los errores en la solución de operaciones que requieren la aplicación de la regla del cero pueden tener su origen en que, al fallar la activación de esta regla, se active en cambio otra regla alternativa como, por ejemplo, la regla de la suma de 0 ( $N + 0 = N$ ) o de la multiplicación por 1 ( $N \times 1 = N$ ). Este fallo será consistente si se debe a un daño cerebral, pero también se produce ocasionalmente en los individuos normales.

#### *Errores debidos a la presencia de reglas incorrectas almacenadas*

Esta explicación es semejante a la ya comentada acerca de la presencia y activación de representaciones de hechos aritméticos erróneos. Ahora bien, una vez más, es difícil explicar por qué resultaría afectada la representación correcta y no la errónea. Hay varias explicaciones posibles. Así, la afectación de las representaciones puede no ser uniforme. O bien, la regla errónea puede parecer más razonable (o más compatible con su cuerpo general de conocimientos) a ciertos pacientes que le regla correcta. Pero también puede ocurrir que la representación errónea (por ejemplo,  $N \times 0 = N$ ) haya sido generada después de que la correcta haya resultado degradada por el daño cerebral o por el olvido propio de la edad. Hoy por hoy no disponemos de datos que nos permitan optar por una u otra de estas explicaciones, en términos generales.

### **c) Operaciones en las que cada operando incluye más de un dígito del 1 al 9**

Mientras la multiplicación de operandos constituidos por un solo dígito se puede resolver mediante la simple recuperación de hechos aritméticos y de reglas generales, las operaciones en las que cada operando consta de más de un dígito requieren además la puesta en juego de *procedimientos aritméticos* que permiten combinar de una determinada manera las operaciones realizadas con operandos de un solo dígito. Esta sería la razón por la que el tiempo para multiplicar, digamos  $45 \times 26$ , es igual a la suma del tiempo necesario para multiplicar cada factor por los otros dos, más el tiempo necesario para "llevar" (si es preciso) y para sumar los resultados (Geary, Widaman y Little, 1986).

De hecho, las operaciones multidígito requieren tres tipos de procesamiento: a) reconocer el signo aritmético y comprender cuál es la operación indicada por él; b) ejecutar operaciones parciales de un solo dígito, recuperando el hecho o computándolo, y c) utilizar procedimientos que nos indiquen qué hacer con estos resultados parciales. Cada uno de estos tipos de procesos puede resultar selectivamente dañado.

Por ello, aparte de las disociaciones entre hechos aritméticos y procedimientos aritméticos, observadas en pacientes neuropsicológicos por diferentes autores, se han observado disociaciones entre operaciones con un solo dígito y operaciones con dos o más dígitos.

### **d) Operaciones en las que cada operando está constituido por más de un dígito, incluyendo ceros**

McCloskey y otros (1991b) observaron en la ejecución de sus pacientes que, mientras los errores relacionados con la activación de hechos aritméticos eran los mismos en las operaciones que se referían a operandos constituidos por un solo dígito y en las operaciones que se referían a operandos constituidos por más de un dígito, los errores relacionados con la aplicación de la regla del cero diferían claramente en ambos tipos de operaciones: en las operaciones sobre operandos de más de un dígito no se observaron prácticamente errores en la aplicación de esta regla. Los autores sugieren que esta disociación indicaría el uso de "procedimientos específicos", es decir, la existencia –dentro del algoritmo general de la multiplicación multidígito– de una vía especial que permitiría obviar la

necesidad de operar con operandos 0 individuales. Serían reglas del tipo: “si el multiplicador termina en un cero, multiplica el operando siguiente y añade un 0 al resultado final”:

$$\begin{array}{r} 9576 \\ \times 520 \\ \hline 19152 \\ 47880 \\ \hline 4979520 \end{array}$$

O, “si el multiplicador contiene un cero intermedio, cuando corresponda operar con él, escribe un cero en la línea que le corresponde y escribe en la misma línea los resultados de multiplicar el siguiente operando”:

$$\begin{array}{r} 47236 \\ \times 906 \\ \hline 283416 \\ 3251240 \\ \hline 32795816 \end{array}$$

O bien, “si el multiplicando contiene ceros, escribe la cifra que has de llevar del producto precedente en el lugar del cero o, si no has de llevar nada, escribe directamente el cero”:

$$\begin{array}{r} 79603 \\ \times 28 \\ \hline 626824 \\ 159206 \\ \hline 2218884 \end{array}$$

Esto explicaría por qué los pacientes que fallaron en las operaciones con un solo dígito que incluyen ceros (indicando que no habían podido aplicar la regla del cero), hicieron bien las operaciones multidígitos que incluyen ceros (indicando que habían podido aplicar el procedimiento específico).

Una vez más no se descartan diferencias individuales en el uso de estos procedimientos específicos.

En cuanto a su naturaleza, McCloskey y otros (1991b), basándose, por un lado, en que sus pacientes no tenían conciencia de estar utilizando reglas diferentes en el caso de las operaciones de un único dígito con ceros y en el caso de las operaciones multidígito con ceros y, por otro, en que el conocimiento de la propiedad conmutativa de la multiplicación no impidió al paciente JB ejecutar de modo diferente las operaciones  $N \times 0$  y  $0 \times N$ , incita a los autores a postular una dicotomía entre dos tipos de conocimiento: el *conocimiento aritmético conceptual*, por un lado, y los conocimientos más específicos de los hechos, las reglas y los procedimientos empleados en resolver las operaciones de cálculo, por otro. Sin embargo, los datos actualmente disponibles dejan abierta la cuestión de las relaciones entre ambos tipos de conocimiento.

El sistema de cálculo normal incluye, tanto la regla del cero ( $N \times 0 = 0$ ), utilizada para resolver problemas de un solo dígito que incluyen ceros aislados o formando parte de operaciones multidígito, como los procedimientos específicos que permiten evitar resolver los problemas de un solo dígito que incluyen ceros y que forman parte de operaciones multidígito. Cuando los procedimientos específicos fallan en los pacientes, éstos utilizarían la regla del cero. Y esto explicaría la distribución irregular de la ejecución de sus pacientes. En todo caso, éstos indicaron no ser conscientes del uso de ese tipo de reglas.

En conclusión, en las operaciones de cálculo participarían dos tipos de información. Por un lado, está la información archiaprendida que, en tanto que tal, se activa automáticamente en presencia de la información relevante. Incluye los hechos aritméticos, las reglas generales, los procedimientos específicos y los procedimientos generales de cálculo, propios de cada operación. Por otro lado, estaría el conocimiento aritmético conceptual, que requiere asignación de recursos atencionales.

### 6.1.1. Los hechos aritméticos

*¿Qué son los hechos aritméticos?*

En principio, el término "hechos aritméticos" hace referencia a las combinaciones de números automatizadas y, por lo tanto, almacenadas en nuestra memoria permanente. Es el caso de las tablas de multiplicar o de cálculos sencillos (especialmente entre operandos de un sólo dígito), del tipo " $9 - 4 \rightarrow 5$ ", " $7 + 3 \rightarrow 10$ " ó " $25 : 5 \rightarrow 5$ ".

Sin embargo, tras su estudio de 14 pacientes comentado antes, McCloskey y otros (1991b) concluyeron que, además de los hechos aritméticos, tenemos almacenadas una serie de reglas. De ellas, unas son *reglas generales*, como la regla del cero ( $N \times 0 = 0$ ), utilizada para resolver problemas de un solo dígito que incluyen ceros, y otras son *procedimientos específicos* (o "para casos especiales"), que permiten evitar resolver los problemas de un solo dígito que incluyen ceros y que forman parte de operaciones multidígito. Dichos procedimientos consisten en una rutina que no se deriva del conocimiento conceptual.

*¿Cómo están representados los hechos aritméticos?*

Se postula que los hechos aritméticos están representados en forma de una red semántica específica, de la que pueden ser recuperados, a modo de una etiqueta, sin necesidad de llevar a cabo ningún procesamiento de cálculo. Sin embargo, como hemos venido viendo, no hay acuerdo acerca de la organización de esa red. McCloskey y otros (1991b) consideran que la observación de que los errores de sus pacientes se distribuyeran de modo no uniforme entre los diferentes tipos de operaciones, indica que cada hecho aritmético tiene su representación propia en la memoria. Los autores discuten esta posibilidad a la luz de los modelos de representación y acceso a los hechos aritméticos, y concluyen que la mayoría de los hechos aritméticos se almacenan en forma de representaciones individuales. En cambio, las reglas del tipo  $N \times 1 = N$ ,  $N \times 0 = 0$ , ó  $N + 0 = N$ , estarían almacenadas como reglas generales. En consecuencia, mientras las multiplicaciones con operandos del 2 al 9 poseen representaciones independientes para cada hecho, las multiplicaciones con operandos 0 y 1 se resuelven accediendo a la regla almacenada. Además, sugieren que los hechos aritméticos almacenados están segregados por operaciones aritméticas. Teniendo en cuenta que dichas representaciones pueden resultar afectadas arbitrariamente, se pueden predecir disociaciones arbitrarias entre tipos de operaciones.

En cuanto al formato, no hay acuerdo acerca de si los hechos aritméticos están representados en un formato abstracto amodal o en formatos específicos de la modalidad. Mientras el modelo de McCloskey y otros (1985) postula que los hechos aritméticos están almacenados en un formato amodal, el modelo del triple código de Dehaene (1992) postula que los hechos aritméticos están almacenados verbalmente y, por tanto, sólo se puede acceder a ellos mediante el código verbal. Este postulado se había venido fundamentando en la observación de pacientes que presentaban una afectación selectiva de la funcionalidad de dicho código verbal (pacientes con alexia pura o como el paciente HAR de McNeil y Warrington, 1994).

Whalen, McCloskey, Lindemann y Bouton (2002) discuten los patrones de dos pacientes (KSR y JM) a la luz de las representaciones de los hechos aritméticos postuladas por el modelo de Dehaene, por un lado, y por el modelo de McCloskey, por otro. Se trata de dos pacientes afásicos con un déficit severo de la comprensión y de la producción verbal que, sin embargo, son capaces de resolver multiplicaciones presentadas en numerales arábigos. Ambos pacientes accedían a los hechos aritméticos cuando los problemas se presentaban en formato no verbal. Estos datos contradicen claramente las predicciones de la hipótesis del almacenamiento verbal de los hechos aritméticos. Tampoco apoyan la hipótesis de que la representación de salida del sistema semántico, una vez recuperado el hecho, tiene formato fonológico. En cambio, apoyan la hipótesis de que no se accede a los hechos aritméticos mediante un formato exclusivamente verbal. KSR era capaz de escribir con numerales arábigos la respuesta correcta a una operación a pesar de que su verbalización de ésta era incorrecta. Desde luego, este argumento no excluye la posibilidad del formato verbal de una representación interna abstracta.

Por su parte (prosiguen los autores), la propuesta del código abstracto, independiente de la modalidad, propia del modelo de McCloskey, permitiría explicar los datos de los pacientes KSR y JM, ya que ambos son capaces de comprender los numerales arábigos y de traducirlos a una representación abstracta y acceder, a partir de ella, a los hechos aritméticos que serían recuperados en un formato semántico abstracto que se puede convertir de nuevo en un nume-

ral arábigo para la producción. Cualquier alteración de la representación de los numerales en un formato verbal afectaría únicamente a las operaciones cuya respuesta ha de ser verbal. Por todo ello, concluyen que las pruebas disponibles revelan que los hechos aritméticos no están almacenados exclusivamente en un formato puramente verbal

Dehaene y Cohen (1995) se preguntan si estos datos implican que la entrada y la salida de los procesos de recuperación de hechos aritméticos son representaciones abstractas de los números, como postula el modelo de McCloskey y otros (1985; McCloskey, 1992), o bien pueden seguir siendo verbales, como postula el modelo de Dehaene (1992).

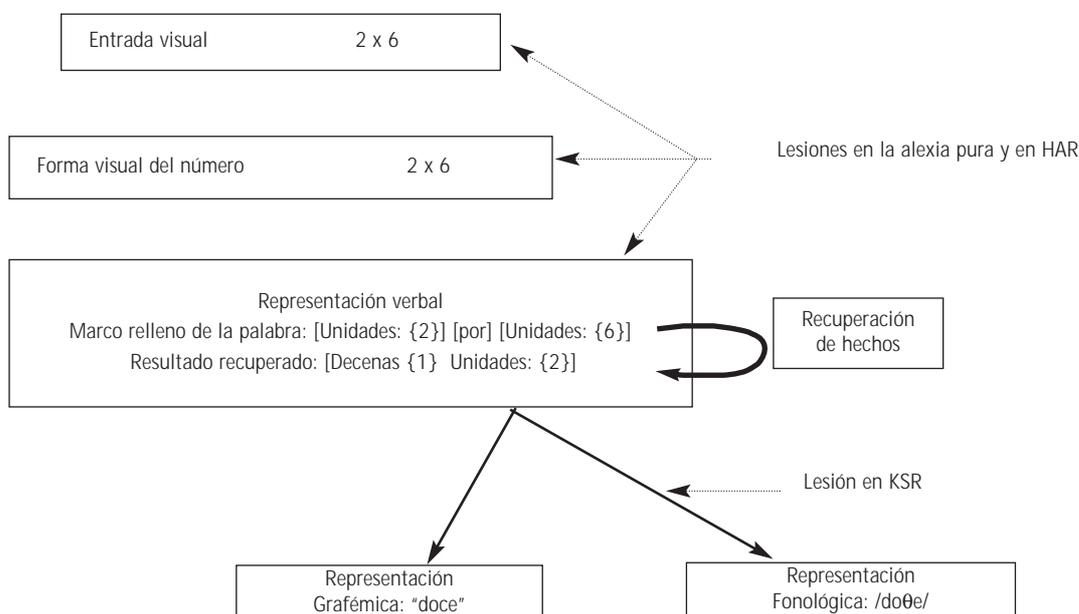
McCloskey, Sokol y Goodman (1986; McCloskey, 1992) proponen que la producción del numeral verbal implica un plan sintáctico que incluye para cada palabra numérica direcciones del tipo "Decenas: {5}". Estas direcciones especifican, tanto la columna léxica como la posición dentro de ella de cada numeral verbal, y se podrían utilizar para recuperar en el léxico formal (fonológico o grafémico) las representaciones de las formas de las palabras (o lemas) apropiadas.

Dehaene (1992) afirma que los hechos aritméticos son asociaciones aprendidas de memoria entre los *marcos de las palabras rellenos* de los operandos y no entre sus representaciones fonológicas. Se trata de un nivel de representación (equivalente al del *lemma* de Levelt, 1989) que contiene un plan para la producción del numeral verbal, en el que la forma fonológica de las palabras no está inserta aún. Para ejecutar la operación  $4 \times 8$  ésta ha de ser primero convertida en un marco de la palabra, como Unidades: {4} {Veces} Unidades: {8} a fin de recuperar la respuesta apropiada, que estará también representada en forma de un marco de la palabra Unidades: {4} {Veces} Unidades: {8} Decenas: {3} Unidades: {2}. La Figura 6.1 representa el diagrama propuesto por ellos para explicar este postulado.

En la Figura 6.1 vemos que los numerales arábicos, identificados en el nivel de la forma visual del número, permiten acceder al marco relleno de las palabras numéricas que representan la operación a realizar. Esta representación verbal (nivel del *lemma*) se utiliza entonces para acceder a los hechos aritméticos, lo que permite recuperar la solución en el mismo formato del marco relleno de las palabras numéricas. Tanto el marco relleno de las palabras del enunciado como el de las palabras de la solución se pueden luego utilizar para acceder al léxico fonológico o grafémico de salida. De ese modo, aunque por diferentes razones, tanto los pacientes con alexia pura como el paciente HAR (McNeal y Warrington, 1994) tendrían dificultad para utilizar la información visual de los números para rellenar el marco de la palabra. Por su parte, el paciente KSR (Whalen y otros, 2002) tendría dificultad para acceder a la forma fonológica de las palabras numéricas a partir de sus marcos rellenos.

FIGURA 6.1

Niveles de representación implicados en la recuperación de hechos aritméticos, postulados por Dehaene y Cohen (1995, tomada de la p. 110)



En estas condiciones, el patrón de ejecución de KSR y de JM (Whalen y otros, 2002) constituiría una prueba de que son capaces de activar el plan apropiado para la producción del numeral verbal, pero no de rellenar sus huecos con las formas fonológicas apropiadas.

Ahora bien, casi 1/3 de los errores de KSR son errores de la selección de la columna de clase numérica correcta. Para explicarlo, el modelo del triple código ha de postular que el nivel del *lemma* no es capaz de restringir la selección de la columna en el nivel fonológico, lo que no permitiría diferenciar el nivel del *lemma* de una representación enteramente independiente del formato (como la que propone McCloskey).

En cualquier caso y en conclusión, ambas formulaciones del modelo de Dehaene proponen que los hechos aritméticos están almacenados exclusivamente en forma verbal, tanto si se trata de una representación fonológica como si se trata de *lemmas*, y que se accede a ellos mediante una representación verbal de la operación aritmética. Por ello, para acceder a los hechos de los problemas presentados con numerales arábigos, dichos problemas han de ser primero convertidos en una representación verbal. Ahora bien, el hecho aritmético recuperado será el correspondiente a esa representación verbal (y no al estímulo, si éste ha sido mal transcodificado). Este déficit de la multiplicación (ya que es la única operación que, según Dehaene sólo se puede resolver por esta vía) en el que los errores correspondían a respuestas correctas para el problema tal como había sido verbalizado, ha sido descrito por Girelli y Delazer (1999) y por McNeil y Warrington (1994).

Los casos de pacientes afásicos que presentan un déficit de la multiplicación, o de los pacientes que tienen preservada la multiplicación y las habilidades lingüísticas, apoyan la hipótesis del acceso a los hechos de la multiplicación mediante un código verbal. Pero también se han descrito pacientes que no la apoyan. Así, los pacientes de Rossor, Warrington y Cipolotti (1995) presentan unas habilidades de cálculo preservadas a pesar de una afasia severa, y el paciente DRC (Warrington, 1982) presenta un déficit severo de la recuperación de hechos aritméticos a pesar de que sus habilidades lingüísticas están intactas. Ahora bien, en el caso de los pacientes de Rossor y otros, es preciso tener en cuenta el nivel o los niveles de procesamiento del lenguaje afectados por la afasia.

### *¿Cómo se accede a los hechos aritméticos?*

De acuerdo con el Modelo de Tablas de Búsqueda de Ashcraft y Battaglia (1978), los déficit adquiridos de la recuperación de hechos aritméticos pueden tener su origen en la afectación de los procesos de búsqueda (por ejemplo, por ruptura de las conexiones entre los nodos). Esto explicaría por qué son más frecuentes los errores entre los operandos con valores más elevados que entre los operandos con valores menores, ya que los primeros han de atravesar más nodos que los segundos. Sin embargo, esta regla no siempre se cumple.

Por su parte, Miller, Perlmutter y Keating (1984) proponen la distinción entre *localizar* el nodo apropiado mediante el proceso de búsqueda en la tabla y *acceder* al resultado almacenado. Esta distinción permitiría explicar los resultados no uniformes observados por McCloskey y otros (1991b) en sus pacientes: el proceso de búsqueda estaría intacto, y lo que estaría afectado en ellos sería el acceso a los hechos aritméticos correspondientes a los problemas fallados. Sin embargo, esa distinción es rechazada por Siegler (1988), ya que implicaría que cualquier fallo en la búsqueda en la tabla se podría atribuir a un fallo de la activación de la información, lo que desvirtúa el propio modelo de tablas de búsqueda.

En vista de ello, McCloskey y otros (1991b) acuden al Modelo de Red de Recuperación de Ashcraft (1987). A diferencia de los modelos de tablas de búsqueda, que asumen que los nodos que representan los operandos de un problema sólo están conectados con la solución indirectamente, a través de otros nodos, el modelo de red de recuperación asume que esa conexión es directa. Este modelo permite así dos explicaciones posibles para la falta de uniformidad de las distribuciones de los errores de sus pacientes. De acuerdo con la primera, las representaciones de los hechos aritméticos podrían resultar ellas mismas degradadas en mayor o menor medida, de manera no uniforme. De acuerdo con la segunda, cada una de dichas representaciones podría tener premórbidamente una mayor o menor fuerza en cada individuo, en función de su frecuencia de uso en cada uno de ellos, de tal forma que la falta de uniformidad de las alteraciones reflejaría la falta de uniformidad premórbida de la fuerza de las representaciones. Si tenemos en cuenta que la fuerza asociativa entre los operandos y el resultado suele ser mayor en las operaciones en las que los operandos tienen un valor más bajo que en aquellas en las que tienen un valor más alto, esta explicación valdría también para explicar el efecto de la magnitud de los operandos. Es un hecho constatado

que el efecto de la magnitud de los operandos se observa también en los individuos normales. En cualquier caso, ambas interpretaciones no son mutuamente excluyentes.

Tras esta discusión, McCloskey y otros (1991b) concluyen que:

- 1) Cada hecho aritmético referente a las operaciones de multiplicación de dos operandos de un solo dígito (del 1 al 9) tiene su representación propia, que es entera o ampliamente diferente de las representaciones de los demás hechos aritméticos.
- 2) Estas representaciones tienen fuerzas diferentes y las correspondientes a las operaciones con operandos de menor valor suelen ser más fuertes que las correspondientes a operaciones con operandos de valor más elevado.
- 3) Las excepciones a esta última regla y la distribución irregular de los fallos de los diferentes pacientes entre las distintas operaciones pueden reflejar diferencias individuales en la fuerza premórbida de las representaciones o una distribución irregular de las consecuencias del daño cerebral sobre las diferentes representaciones.

Estas conclusiones son matizadas por Sokol y otros (1991), tras su análisis cualitativo de los aciertos y errores observados en su paciente PS, por un lado, y de los datos experimentales disponibles, por otro, los autores llegan a una serie de conclusiones:

- a) si bien algunos hechos aritméticos están almacenados en forma de representaciones puntuales de hechos individuales ( $3 \times 4 = 12$ ), otros lo están en forma de reglas generales (por ejemplo, "todo número multiplicado por 1 es igual a sí mismo");
- b) la recuperación de los hechos aritméticos está mediada por representaciones abstractas que son independientes, tanto del formato en el que se presentan los problemas como del formato en el que se dan las respuestas;
- c) los procedimientos de cálculo pueden incluir estrategias específicas para casos concretos, que sirven para ahorrar tiempo a la vez que se gana en precisión y que son complementarias de los procedimientos de cálculo propiamente dichos. Estas estrategias pueden no ser universales.

El hecho de que PS muestre la misma tasa y el mismo patrón de errores en la multiplicación, con independencia de la modalidad de los estímulos (arábigos, verbales auditivos o escritos), contribuye a afianzar el postulado de un sistema de cálculo amodal.

Por su parte, Noël y Seron (1992) postulan la *hipótesis del código de acceso preferido*, según la cual el acceso al conocimiento abstracto y a los procedimientos de cálculo sólo tiene lugar a través de un único código de notación (verbal) en el que se codificarían todos los numerales. Dicho código único permitiría acceder al conocimiento relacionado con los números y a las representaciones de cantidad. Por lo demás, la modalidad (auditiva o visual) de ese código verbal dependería de las preferencias de cada individuo. El hecho de que los individuos bilingües calculen en la lengua en la que han aprendido a hacerlo (Kolers, 1968) parece apoyar esta hipótesis.

¿Qué problemas se pueden resolver sólo mediante la simple recuperación de hechos aritméticos y qué problemas requieren además hacer uso de reglas generales o de procedimientos específicos de cálculo?

Se pueden resolver mediante la simple recuperación de hechos aritméticos las sumas y las multiplicaciones en las que cada operando está constituido por un solo dígito (Ashcraft, 1992) y no contiene ceros. Cuando los operandos de una operación aritmética incluyen al menos un cero, y cuando al menos uno de los operandos incluye más de un dígito, especialmente si se requiere llevar o tomar prestado, la simple recuperación de hechos aritméticos no basta. En el primer caso (cuando incluyen ceros) es preciso recuperar y aplicar las reglas generales por las que se rigen las operaciones con ceros. En el segundo caso (cuando se requiere llevar o tomar prestado) es necesario llevar a cabo computaciones o bien recurrir a estrategias específicas, todo ello además de recuperar hechos aritméticos o reglas generales. Sin embargo, los autores nos previenen contra la idea de que todos los individuos resuelven las mismas operaciones de la misma manera: mientras unos preferirán acudir a estrategias especiales, otros preferirán computar de acuerdo con los procedimientos regulares; por otro lado, las estrategias especiales pueden ser altamente idiosincrásicas.

### 6.1.2. Los procedimientos aritméticos

Los procedimientos aritméticos son el conjunto de algoritmos necesarios para resolver las operaciones multidígitas. En otros términos, son un conjunto de reglas y estrategias que rigen el modo de proceder en las computaciones necesarias para resolver las operaciones aritméticas, cuando dicha solución no está almacenada en nuestra memoria permanente o cuando no podemos acceder directamente a ella. Constan de secuencias de etapas.

Los procedimientos de cálculo se adquieren rutinariamente y su aplicación no requiere la comprensión de su fundamento conceptual. Sin embargo, su ejecución es un proceso en diversas etapas, que implica la participación de diferentes tipos de operaciones cognitivas: una vez recuperado el procedimiento de la memoria permanente, hay que planificar la secuencia de ejecución de sus etapas y controlar dicha ejecución secuencial; hay que escribir los dígitos en una determinada distribución espacial; hay que iniciar la operación por el lugar que corresponde y proceder en la dirección requerida; hay que recuperar cada hecho aritmético particular, cada regla general o procedimientos específico, y saber dónde y cómo escribir su resultado; hay que saber cómo tomar prestado y cómo llevar (y acordarse de hacerlo), etc.

Cada una de las cuatro operaciones de cálculo se rige por procedimientos específicos. Así, los procedimientos de la resta son diferentes de los procedimientos requeridos para resolver cualquier otra operación de cálculo. Los procedimientos de la resta nos dicen cómo escribirla (si nos la dictan), por dónde empezar y en qué dirección proceder, que el sustraendo se resta siempre del minuendo, aunque éste sea menor que aquel, cómo tomar prestado, cómo llevar, etc.

Los procedimientos aritméticos formarían parte de la memoria procedimental.

### 6.1.3. El conocimiento conceptual aritmético

Además de los hechos aritméticos y de los procedimientos aritméticos hay que tener en cuenta el conocimiento conceptual aritmético, que permite comprender las operaciones y los principios aritméticos (Sokol, McCloskey y Cohen, 1989; Hittmair-Delazer y otros, 1994, 1995).

En efecto, la aplicación exitosa de los procedimientos aritméticos implica la aplicación de esquemas almacenados, y no requiere la comprensión conceptual (Van Lehn, 1986, 1990).

Por “conocimiento conceptual aritmético” se entiende el conocimiento y comprensión de los principios aritméticos (por ejemplo, la propiedad conmutativa) subyacentes a las habilidades aritméticas.

El modelo de Dehaene y Cohen (1995) incluye un componente denominado “elaboración semántica”, basado en el procesamiento de magnitudes analógicas. Las operaciones sencillas se pueden resolver accediendo directamente a los hechos aritméticos; pero otras operaciones más complejas requieren una elaboración semántica antes de poder acceder a esos hechos. Así, si no se puede recuperar el resultado de  $9 + 7$ , es posible recodificar el problema en términos de  $9 + 1 + 7 - 1$ . Pero para ello se precisa una buena comprensión de las cantidades implicadas en el problema original; es decir, una elaboración semántica. Ésta participa también en la verificación de la plausibilidad de los hechos recuperados, accediendo a la representación analógica de la correspondiente magnitud. Ahora bien, esta elaboración semántica se limita al procesamiento aproximado de las cantidades.

En Psicología evolutiva hay una diferencia bien conocida entre “habilidades aritméticas” y “comprensión aritmética”. Las primeras comprenden los hechos y los procedimientos aritméticos, ambos adquiridos mediante aprendizaje; la segunda, de carácter conceptual, nos permiten desarrollar estrategias “back-up”, diferentes de las automatizadas propias de los procedimientos, y participa en todos los procesos que requieren una comprensión de las relaciones aritméticas. Nos permite, además, hacer inferencias y establecer relaciones entre diferentes elementos de información (Hittmair-Delazer, Sailer y Benke, 1995). Sin embargo, en Neuropsicología cognitiva no se les había venido prestando atención hasta ahora, a pesar de algunos datos significativos y a pesar de que en la definición de anaritmia propuesta por Hécaen y Albert (1978) se mencionaba ya la “pérdida del concepto de las operaciones aritméticas” (p. 308) como una de sus causas.

Por su parte, Resnick (1982) establece la distinción entre la sintaxis y la semántica de los algoritmos de cálculo. La sintaxis es el conjunto de reglas que indican cómo proceder para resolver una operación; la semántica consiste en la comprensión de la lógica de cada etapa del procedimiento. Si bien la semántica está implícita en la sintaxis, aquella no se requiere para aplicar un algoritmo. La afectación selectiva de la sintaxis o de la semántica determinará diferentes tipos de errores.

Así, los pacientes MW (McCloskey y otros, 1985), IE (Sokol y otros, 1989) y BE (Hittmair-Delazer, Semenza y Denes, 1994) lograban compensar su déficit de recuperación de hechos aritméticos mediante el uso de estrategias especiales, gracias a que todos ellos poseían un conocimiento intacto acerca de diferentes principios matemáticos que eran capaces de utilizar correctamente. Este hecho resulta más patente en el paciente DA que, a pesar de que en la actualidad era incapaz de recuperar hechos aritméticos, poseía premórbidamente un excelente nivel de conocimientos aritméticos que permanecía preservado. Estos datos llamaron la atención de los autores acerca de que el conocimiento conceptual (además de los hechos y los procedimientos aritméticos) puede estar desempeñando un papel importante en el procesamiento aritmético (Hittmair-Delazer y otros, 1995).

Por todo ello, en la actualidad se está comenzando a considerar que, además de los hechos aritméticos y de los procedimientos aritméticos, hay que tener en cuenta el conocimiento conceptual, que permite comprender las operaciones y los principios aritméticos (Sokol, McCloskey y Cohen, 1989; Hittmair-Delazer y otros, 2004, 2005).

El conocimiento conceptual podría incluir dos niveles de procesamiento lógico mutuamente independientes, que funcionarían en paralelo: el nivel numérico-aritmético y el nivel algebraico-formal.

## 6.2. DISOCIACIONES OBSERVADAS EN EL PROCESAMIENTO DEL CÁLCULO

Hemos visto que el modelo de McCloskey y otros (1985; McCloskey, 1992) postulan un sistema de procesamiento de los números en el que todos los numerales que entran en él, cualquiera que sea su formato, se convierten en representaciones abstractas (amodales) que especifican la magnitud de los números.

Los autores toman el paciente PS (Sokol, McCloskey, Cohen y Alimososa, 1991), que había mostrado la misma tasa y el mismo patrón de errores en la multiplicación, con independencia de la modalidad de los estímulos (arábigos, verbales auditivos o escritos), como apoyo de su postulado de un sistema de cálculo único amodal.

Además, el modelo postula un sistema central de cálculo al que llegan las representaciones abstractas de los números, una vez especificada su magnitud. Dicho sistema incluye mecanismos de recuperación de los hechos aritméticos, que se recuperan también en un código abstracto, y mecanismos de ejecución de los procedimientos aritméticos.

En cuanto al modelo del triple código (Dehaene y Cohen, 1995), postula un código auditivo verbal que media la entrada y la salida de los numerales verbales y que permite contar y memorizar los hechos aritméticos. Éstos incluyen la multiplicación y las sumas sencillas, que están almacenadas en forma de asociaciones verbales. En cambio, la resta, la división y el resto de las sumas se resolverían mediante la aplicación de estrategias *back-up*.

La forma de responder en las operaciones presentadas en los diferentes formatos, observada en el paciente JG por Delazer y Benke (1997), sugiere que, para responder a hechos aritméticos, JG se basa en el formato verbal oral: recita de corrido las tablas de multiplicar, y lee en voz alta y responde oralmente (antes de hacerlo por escrito) a cada problema que se le presenta por escrito. JG demostraría así que es posible acceder al conocimiento aritmético a partir del formato verbal.

En otras palabras, Dehaene y Cohen (1995) afirman que los hechos sobreaprendidos, como las tablas de multiplicar y las sumas sencillas (y las restas y las divisiones muy sencillas:  $7 - 4$ ;  $25 : 5$ ) se recuperan a modo de "asociaciones verbales automatizadas". En cambio, las restas, así como las demás operaciones cuando no son tan sencillas, no suelen haber sido aprendidas de memoria, por lo que se han de resolver mediante "elaboración mental" de las cantidades una vez representadas éstas. Teniendo en cuenta que, en el modelo de Dehaene, la recuperación de

hechos aritméticos corre a cargo de componentes del sistema (una ruta directa, asemántica) diferente de los que utiliza la computación (una ruta indirecta o semántica), dependiendo de la medida en la que una operación aritmética se pueda resolver mediante la recuperación directa de su resultado o sea preciso computar los operandos para obtener éste, podrá verse selectivamente afectada o preservada.

En la producción de respuestas a problemas que implican operaciones aritméticas simples, Pesenti y otros (1994) observan en su paciente BB una fuerte disociación entre operaciones: la multiplicación está severamente afectada, la suma lo está menos y la resta sólo lo está ligeramente. Esto vendría a confirmar la propuesta de las dos rutas (semántica y asemántica) del modelos de Dehaene.

En cualquier caso, estos postulados imponen restricciones a las disociaciones que se puede esperar encontrar en los pacientes. Se puede esperar una mayor afectación de la multiplicación que de la suma debido a un déficit de la recuperación de los hechos aritméticos; o una mayor afectación de la resta que de la multiplicación y de la suma, debido a un déficit en los procesos de elaboración semántica. Pero no se puede esperar encontrar preservación o afectación selectiva de la suma con respecto a la multiplicación y a la resta (Cohen y Dehaene, 2000). Si bien en la literatura neuropsicológica se han descrito diversos casos que confirman las dos primeras predicciones, también se han descrito pacientes en los que la última predicción no se cumple.

Es el caso del paciente FS de Van Harskamp y Cipolotti (2001), que presenta un déficit selectivo de la multiplicación; o del paciente de Lampl, Eshel, Gilad y Sarova-Pinhas (1994), que presenta un déficit severo de las sumas sencillas, pero es capaz de resolver restas complejas. Estos pacientes no cumplen la predicción de que no se puede esperar encontrar preservación o afectación selectiva de la suma con respecto a la multiplicación y a la resta (Cohen y Dehaene, 2000). En efecto, no se ha podido aclarar por qué la ruta semántica de este paciente no fue capaz de resolver las sumas sencillas, pero sí las restas complejas.

En cambio, la propuesta de Dagenbach y McCloskey (1992) según la cual los hechos aritméticos de cada operación estarían representados independientemente de los de las otras, permiten explicar estas disociaciones.

Vemos así que los diferentes modelos de procesamiento postulan diferentes tipos de representaciones, diferentes vías o modos de acceder a ellas y diferentes procesadores. En consecuencia, cada uno de ellos permite predecir que, en caso de daño en uno de sus componentes, las habilidades de cálculo de un paciente se disociarán de diferentes maneras.

Veremos en este Capítulo qué tipos de disociaciones de las habilidades del cálculo se han observado en los pacientes neuropsicológicos publicados y cómo explica esas disociaciones cada uno de los modelos considerados hasta aquí.

Veremos los tres tipos principales de disociaciones observadas hasta ahora:

- En función de los tipos de conocimiento aritmético implicado en las operaciones de cálculo.
- En función de la operación de aritmética de que se trate.
- En función de la tarea a realizar.

### 6.2.1. Disociaciones en función de los tipos de conocimiento aritmético

En la actualidad hay un acuerdo generalizado acerca de que hay tres clases de conocimiento aritmético:

- Por un lado, están los *hechos aritméticos*, junto con las *reglas generales* ( $N \times 0 = 0$ ;  $N + 0 = N$ ;  $N - 0 = N$ ;  $N - N = 0$ ;  $N \times 1 = N$ ), que se aplican a los problemas de un sólo dígito que incluyen ceros o bien dos operandos iguales, y los *procedimientos específicos* (como el de dónde escribir los ceros en las operaciones multidígito), que permiten evitar el uso de reglas generales.
- Por otro lado, están los *procedimientos de cálculo*, o reglas mediante las cuales se llevan a cabo las computaciones.
- Por fin, está el *conocimiento conceptual aritmético*, que nos permite comprender la lógica de los hechos, las reglas y los procedimientos, y generar y utilizar estrategias nuevas para resolver el cálculo.

Cada una de estas tres clases de información corresponde a componentes diferenciados del sistema de procesamiento. Por ello, se puede predecir la presencia de disociaciones mutuas en caso de lesión de las estructuras anatómicas que sustentan uno o dos de esos componentes.

A todo ello hay que añadir la comprensión de los símbolos aritméticos.

## Afectación selectiva de la comprensión de los símbolos aritméticos

Se trata de la *acalculia asimbólica primaria selectiva*. Los primeros casos que la presentaban fueron descritos por Ferro y Botelho (1980). Sus pacientes AL y MA cometían errores al identificar y al nombrar los signos aritméticos por lo que, aunque ejecutaban correctamente el cálculo aritmético, lo aplicaban a la operación incorrecta. Esto indica que su procesamiento de los números, por un lado, y de los hechos y procedimientos aritméticos, por otro, estaban intactos. Ferro y Botelho (1980) verificaron que el déficit de sus pacientes no se podía atribuir a afasia, ya que aquéllos fueron capaces de identificar muchos otros símbolos verbales y de calcular verbalmente sin dificultad. No se podía atribuir a una agnosia asociativa, ya que fueron capaces de identificar muchos otros estímulos visuales. Tampoco se podía atribuir a un síndrome de desconexión viso-verbal ya que el déficit no era específico de una modalidad sensorial. Concluyeron, pues, que se trataba, simplemente, de la incapacidad selectiva de asignar el valor simbólico correcto a los signos aritméticos. Estas observaciones indican que el procesamiento de los símbolos aritméticos y de las correspondientes palabras corre a cargo de un sistema semiótico diferente del de los signos verbales y del de los números arábigos. Cada signo aritmético posee un valor específico y universal. En este sentido, constituyen un sistema de anotación ideográfico. Además, no se combina con otros signos para constituir signos más complejos.

## Preservación selectiva de los hechos aritméticos

El caso MT de Girelli y Delazer (1996) presenta un déficit selectivo de las restas multidígito. Sus errores consisten en que resta sistemáticamente el dígito menor del mayor. Sin embargo, aplica dos reglas. Por un lado, aplica la regla " $0 - N = N$ ", indicando que desconoce que la propiedad conmutativa no se aplica a la resta. Por otro, resta a la columna de la izquierda la cifra que debería llevar si restara el número mayor del menor, cosa que, por lo demás, hemos visto que nunca hace. Es decir, conserva los hechos aritméticos pero tiene afectados los procedimientos de la resta multidígito, con la particularidad de que conserva una comprensión parcial de su procedimiento.

## Afectación selectiva de los hechos aritméticos

La disociación entre hechos aritméticos y procedimientos de cálculo, inicialmente señalada por Guttman (1933) y después por Cohn (1961), fue documentada por primera vez por Warrington (1982), mediante el estudio detallado del paciente DRC.

El paciente podía leer y escribir los números sin dificultad, podía determinar rápida y correctamente cuál de dos números era el mayor y proporcionar estimaciones razonables de magnitudes. En cambio, en la ejecución de operaciones sencillas era mucho más lento y menos exacto que los controles normales. Es decir, DRC podía dar la solución aproximada de un problema, pero no la solución exacta. Además, fue capaz de definir la naturaleza de cada operación aritmética. Es decir, en DRC los hechos aritméticos (dañados) se disocian del conocimiento conceptual acerca de las operaciones aritméticas, los procedimientos aritméticos y el cálculo aproximado, todos ellos preservados.

El paciente PS (Sokol, McCloskey, Cohen y Alimoso, 1991) se caracterizaba por una excelente ejecución en numerosas tareas de procesamiento de números, indicando que sus procesos de comprensión y de producción de los números estaban intactos. Otro tanto se puede decir de sus habilidades de resolver tareas de cálculo mediante procedimientos. Pero presentaba un claro déficit de la recuperación de hechos aritméticos (especialmente las tablas de multiplicar).

### *Disociación de los hechos aritméticos y los procedimientos específicos (preservados) y las reglas generales (afectadas)*

El paciente RG de Dagenbach y McCloskey (1992) presenta tres tipos de disociaciones. Entre ellas, en las tareas de producción, se observa una disociación entre las operaciones que se pueden resolver mediante una regla general ( $N \times 0 = 0$ ) y las operaciones que requieren la recuperación de hechos ( $3 \times 4$ ). En todos los casos, RG resuelve mejor las primeras. Los autores consideran que hay que diferenciar las representaciones de los hechos aritméticos de las de las reglas aritméticas.

El paciente BB de Pesanti y otros (1994) presenta, entre otras, una disociación entre operaciones que se pueden resolver mediante una regla, que (con la excepción de la regla  $N \times 0 = 0$ ) están relativamente preservadas, y las demás operaciones, que están francamente afectadas. El patrón de BB viene a confirmar el postulado de Dagenbach y McCloskey según el cual hay que establecer una diferenciación entre hechos aritméticos y reglas aritméticas.

### Preservación selectiva de los procedimientos aritméticos

Sokol y otros (1991; McCloskey y otros, 1991; Sokol y McCloskey, 1990, 1991) proporcionaron datos que indican un conocimiento intacto de los procedimientos que no se acompañaba de la comprensión conceptual de los mismos. Los pacientes presentaban una afectación de los hechos aritméticos, con una disociación entre la regla del cero en problemas de un solo dígito y en problemas multidígito, respectivamente. Interpretaron esta disociación invocando un "procedimiento para casos especiales", consistente en una rutina que no se deriva del conocimiento conceptual.

### Afectación selectiva de los procedimientos aritméticos

McCloskey y otros (1985) y Caramazza y McCloskey (1987) presentaron ciertos datos que parecen indicar que los procedimientos de cálculo pueden resultar afectados en presencia de una capacidad intacta de recuperar los hechos aritméticos, lo que vendría a constituir la disociación complementaria. La realidad es que, aunque ésta ha sido señalada por diversos autores, su documentación es hasta ahora menos clara que la de la afectación selectiva de la recuperación de hechos.

Aunque se han descrito diversos casos de afectación selectiva de los hechos aritméticos, hay muy pocos informes de afectación selectiva de los procedimientos aritméticos y los informes publicados no ofrecen información suficiente que permita concluir (Girelli y Delazer, 1996; aritméticos (McCarthy y Warrington, 1990; McCarthy y Warrington, 1990).

### Preservación selectiva del conocimiento conceptual

DRC Warrington (1982) presentaba un déficit selectivo del mecanismo de recuperación de hechos aritméticos, pero disponía de un mecanismo intacto de ejecución de los procedimientos aritméticos y fue capaz de definir la naturaleza de cada operación aritmética. Warrington concluye que en DRC el conocimiento conceptual acerca de las operaciones aritméticas, los procedimientos aritméticos y el cálculo aproximado, todos ellos preservados, se disociaban de los hechos aritméticos.

El caso BE, de Hittmair-Delazer, Semenza y Denes (1994), que era premórbidamente un contable, compensaba su severo déficit de recuperación de hechos aritméticos mediante complejas estrategias idiosincrásicas, mostrando así una clara disociación entre el conocimiento de los hechos aritméticos y el conocimiento conceptual.

El paciente DA, descrito por Hittmair-Delazer, Sailer y Benke (1995), poseía premórbidamente un excelente nivel de conocimientos aritméticos (conocimiento conceptual) que permanece preservado a pesar de que en la actualidad es incapaz de recuperar hechos aritméticos. Su excelente conocimiento conceptual queda demostrado por su capacidad intacta de procesar expresiones algebraicas y una excelente comprensión de los enunciados de problemas aritméticos. En efecto, el paciente conocía perfectamente los principios aritméticos y los aplicó correctamente en diferentes tipos de tareas. La peculiaridad de este paciente es que no utiliza las estrategias compensatorias propias

de los demás pacientes descritos hasta ahora (como, por ejemplo, sumar cuatro veces 7 en vez de multiplicar  $7 \times 4$ ). Así, mientras los adultos normales resuelven las tareas de verificación de ecuaciones mediante la elaboración de su referente numérico, DA las resuelve mediante una elaboración formal de aquéllas, sin referencia numérica alguna. Estos datos parecen indicar que los pacientes con un buen conocimiento conceptual preservado podrían reaccionar a sus problemas de cálculo de manera diferente a como lo hacen los demás pacientes.

El paciente GC, descrito por Grafman, Kampen, Rosenberg, Salazar y Boller (1989), no tenía acceso a los hechos ni a los procedimientos de la multiplicación (ni siquiera era capaz de resolver tareas de verificación de operaciones de multiplicación). Pero sabía que sus respuestas eran incorrectas

## Afectación selectiva del conocimiento conceptual

El paciente CB, de Cipolotti y de Lacy-Costello (1995), cuya habilidad premórbida para hacer divisiones era excelente y formaba parte de su actividad profesional diaria, presenta ahora un déficit severo de esta habilidad que afecta incluso a las operaciones más sencillas. Las restantes operaciones aritméticas están relativamente bien preservadas. Sin embargo, no podía resolver problemas del tipo  $N \times ? = M$ .

El paciente MT, de Girelli y Delazer (1996), utiliza un algoritmo nuevo que no refleja una comprensión conceptual y que viola principios aritméticos básicos, traduciendo que su conocimiento de los esquemas correspondientes al algoritmo de la resta están afectados. Los autores concluyen que MT demuestra que, en las habilidades de cálculo, la sintaxis constituye un conjunto de reglas independientes de todo conocimiento conceptual. Por ello, dichas reglas pueden estar parcialmente preservadas, dando lugar a un nuevo conjunto de reglas erróneas.

El paciente JG (Delazer y Benke, 1997) tiene preservados los hechos aritméticos, pero no accede a los conceptos básicos subyacentes a ninguna de las cuatro operaciones. Este paciente viene a completar la doble disociación cuyo otro término fue presentado por Warrington (1982), Hittmair-Delazer, Semenza y Denes (1994) y Hittmair-Delazer, Sailer y Benke (1995). A pesar de su buena recuperación de los hechos aritméticos de la multiplicación, JG muestra un déficit severo en todas las tareas que requieren un conocimiento conceptual, siendo incapaz de usar ninguna estrategia *back-up*, o de llegar a conclusión alguna basada en principios aritméticos, en las tareas en las que es preciso derivar una información nueva a partir de la información dada.

Una vez comprobado que el déficit de conocimiento conceptual de JG es específico de la aritmética (no lo manifiesta en ningún otro tipo de tareas conceptuales), las autoras concluyen que el patrón de su paciente sugiere que la aritmética simple es procesada en diversos niveles funcionales que difieren entre sí, tanto en su complejidad como en el contenido semántico que media cada nivel. Los hechos aritméticos estarían almacenados en un nivel superficial, sin acceso a niveles de procesamiento superiores, y consistirían en una colección de elementos de información aislados, sin contenido semántico y sin relaciones mutuas.

### 6.2.2. Disociaciones en función de las operaciones aritméticas

#### Primeras observaciones

Berger (1926) describió tres pacientes. Uno de ellos presentaba un déficit selectivo de la ejecución de divisiones. Otro presentaba un déficit selectivo de la ejecución de restas y divisiones. El otro presentaba un déficit selectivo de la ejecución de divisiones y multiplicaciones.

Singer y Low (1933) describió un paciente que era capaz de ejecutar restas y divisiones simples, pero incapaz de resolver sumas y multiplicaciones.

El paciente de Benson y Weir (1972) podía resolver sumas y restas, pero era incapaz de resolver multiplicaciones y divisiones.

Algunos de estos casos se pueden acomodar por igual al modelo de Dehane, pero otros sólo se pueden explicar si se postula una segregación de las representaciones aritméticas por operaciones. Sin embargo, en todos ellos, los

datos han sido proporcionados por estudios escasamente sistemáticos y profundos, por lo que no son concluyentes a la hora de suscitar postulados (Dagenbach y McCloskey, 1992; Cipolotti y Lacy-Costello, 1995).

## Observaciones sistemáticas

### *Deficit más severo de la resta que de la multiplicación*

Esta disociación ha sido observada por Single y Low (1933), Dehaene y Cohen (1997), Delazer y Benke (1997), Van Harskamp y Cipolotti (2001), Van Harskamp, Rudge y Cipolotti (2002), Lemer, Dehaene, Spelke y Cohen (2003). Todos estos pacientes presentaban una lesión o una atrofia parietal izquierda y todos, menos uno, presentaban el síndrome de Gerstmann.

### *Deficit más severo de la multiplicación que de la resta:*

Esta disociación ha sido observada por Cohen y Dehaene (2000), Dagenbach y McCloskey (1992), Dehaene y Cohen (1997), Lampl, Eshel, Gilad y Sarova-Pinhas (1994), Lee (2000), Lemer, Dehaene, Spelke y Cohen (2003), McNeil y Warrington (1994), Pesenti y otros (1994), Van Harskamp y Cipolotti (2001). La mayoría de los pacientes sufrían de déficit adicionales del lenguaje.

En vista de que la ejecución de los pacientes en las tareas de cálculo tienden a disociarse en función del tipo de operación de que se trate, Dagenbach y McCloskey (1992) habían postulado que las diferentes operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación y división) están sustentadas por procesos funcionalmente segregados. En efecto, si los hechos aritméticos almacenados están segregados por operación, podemos esperar observar en los pacientes neuropsicológicos disociaciones por operaciones, sin restricción alguna.

Una prueba sólida de la disgregación de las representaciones de los hechos aritméticos referentes a cada operación sería el que un sujeto fallara en las operaciones más difíciles o peor aprendidas, pero es difícil disponer de datos claros acerca de esta eventualidad.

Un explicación alternativa sería que dichas disociaciones se produzcan en virtud de la diferente fuerza con la que los hechos de cada operación hayan sido almacenados premórbidamente. Es decir, puede ocurrir que los hechos referentes a una de las operaciones hayan sido mejor o peor aprendidos que los de las otras. Si asumimos que los hechos más débilmente almacenados son más susceptibles a resultar alterados por el daño cerebral, no es necesario invocar la representación disgregada de los hechos aritméticos para explicar una disociación entre operaciones.

Sin embargo, Dehaene y Cohen explican esta disociación en términos de diferentes niveles de complejidad del procesamiento empleado en cada una de las cuatro operaciones básicas: la suma y la multiplicación se basan en la recuperación de hechos; la resta y la división se basan en el uso de estrategias *back-up*. Encuentran apoyo a esta afirmación en los resultados del estudio de sus pacientes MAR y BOO (Dehaene y Cohen, 1997).

En otros términos, cada una de las cuatro operaciones aritméticas ponen un énfasis diferente en la memoria, la elaboración semántica o las estrategias de *back-up*.

Así, en la multiplicación, la memoria de rutinas es la estrategia principal (Ashcraft, 1992; Campbell y Graham, 1985).

Muchas sumas simples también están memorizadas, pero además disponemos de elaboración semántica y de estrategias *back-up* de recuento.

La resta y la división dependen mucho menos de rutinas; se pueden resolver contando o, incluso, mediante la estrategia de hacer la operación contraria, lo que permite recuperar de la memoria los hechos y reglas correspondientes.

Por todo ello, no es improbable que se observen, como hemos visto, disociaciones entre la suma y la multiplicación alteradas (al estarlo los hechos aritméticos), por un lado, y la resta preservada (al estarlo los procedimientos), por otro, o viceversa. Pero también se pueden observar otras disociaciones.

El patrón de ejecución del paciente RG de Dagenbach y McCloskey (1992) apoya fuertemente la hipótesis de la segregación. En efecto, su ejecución de una tarea que requiere la producción de respuestas a problemas de aritmética simple es mucho mejor en el caso de las restas que en el caso de las sumas o de las multiplicaciones. Pero lo que caracteriza su ejecución en las sumas y las multiplicaciones es que RG presenta una disociación entre la recuperación de hechos aritméticos (afectada) y la de reglas generales (preservada). Este patrón vendría a apoyar la hipótesis de una representación segregada de la información aritmética

RG presenta en realidad tres tipos de disociaciones: 1) En una tarea que requiere la producción de soluciones a operaciones de aritmética simple (es decir, mediante la recuperación de hechos aritméticos), mientras su ejecución de las sumas y de las multiplicaciones está severamente afectada, su ejecución de las restas es claramente mejor. 2) En las tareas de producción se observa una disociación entre las operaciones que se pueden resolver mediante una regla general ( $N \times 0 = 0$ ) y operaciones que requieren la recuperación de hechos ( $3 \times 4$ ). En todos los casos, RG resuelve mejor las primeras. 3) Estas disociaciones que se observa en todas las tareas de producción no se observan en las tareas de verificación.

Es decir, hay una disociación compatible con un daño en la vía asemántica de Dehaene, una disociación en la representación de los hechos aritméticos (preservados), compatible con la propuesta de Dagenbach y McCloskey acerca de la segregación de las representaciones aritméticas y una disociación por tareas.

Dagenbach y McCloskey (1992) toman estas disociaciones como una fuerte prueba a favor del postulado de la segregación de las representaciones de los hechos aritméticos de cada operación con respecto a las de los demás. Es decir, sugieren que habría una red de memoria diferente para cada operación aritmética. O que, si bien algunos aspectos de las representaciones en la memoria podrían ser compartidos por los hechos propios de cada operación aritmética, otros son específicos de los hechos propios de cada operación. La disociación entre operaciones implicaría así un daño selectivo (o una preservación selectiva) de elementos representacionales específicos de una operación particular. Los autores nos advierten de que esta conclusión no es incompatible con el postulado de que la ejecución de una operación puede dar lugar a la activación de los nodos de los operandos en la red de otra operación (activación que se invoca para explicar los errores de operación). Además, consideran que hay que diferenciar las representaciones de los hechos aritméticos de las de las reglas aritméticas y que es preciso postular que las tareas de producción y las de verificación implican procesos de recuperación diferentes.

El paciente BB, de Pesenti y otros (1994), presenta varias disociaciones: 1) En la producción de respuestas a problemas que implican operaciones aritméticas simples se observa una fuerte disociación entre operaciones: la multiplicación está severamente afectada, la suma lo está menos y la resta sólo lo está ligeramente. 2) Una segunda disociación se observa entre operaciones que se pueden resolver mediante una regla, que están relativamente preservadas, y las demás operaciones, que están francamente afectadas. 3) No hay diferencias ni en la tasa ni en la distribución de los errores entre las tareas de verificación de multiplicaciones y las tareas de producción de éstas.

Por un lado, el patrón de BB viene a confirmar tanto el postulado de Dagenbach y McCloskey según el cual, las representaciones almacenadas de los hechos aritméticos están segregadas por operaciones, como su postulado de que hay que establecer una diferenciación entre hechos aritméticos y reglas aritméticas. Por otro lado, el hecho de que en BB no se observe una disociación entre las tareas de verificación y las de producción, lleva a los autores a plantearse que, o bien el mismo proceso o procesos están implicados en ambos tipos de tareas y están dañados en BB, o bien los procesos implicados en cada una de ellas son diferentes pero conducen a una misma representación mental y es ésta la que está dañada en BB.

Van Harskamp y Cipolotti (2001) presentan tres casos, cada uno de los cuales, a pesar de tener preservada la comprensión de los números y la transcodificación, tiene selectivamente deteriorada una operación aritmética: VP las multiplicaciones simples, DT las sustracciones simples y FS las sumas simples.

Las autoras discuten estas tres disociaciones a la luz de los modelos de Dehaene y Cohen (1995, 1997) y de Dagenbach y McCloskey (1992).

De acuerdo con el modelo de Dehaene y Cohen (1995, 1997), el déficit severo de VP para resolver las multiplicaciones simples implicaría que la ruta asemántica está dañada y que la ruta semántica es responsable de su capacidad mucho mejor preservada, de resolver sumas y restas. En DT la resta está mucho más deteriorada que la mul-

tiplicación y la suma, lo cual se explica si la ruta semántica está dañada, pero no la asemántica, lo que le permite resolver las sumas sencillas y la multiplicaciones. En ambos casos, el modelo de Dehaene permite explicar las disociaciones. Ahora bien, no permite explicar que, estando dañada la ruta semántica en DT, éste presente una comprensión de los números preservada. Por otro lado, el caso FS (suma selectivamente deteriorada) sería la ruta asemántica la que estaría afectada; sin embargo, esta explicación es incompatible con la preservación muy superior de la multiplicación y de la substracción que presenta este paciente. Una vez descartadas todas las posibles causas diferentes de un déficit de la habilidad para sumar, que podrían explicar los resultados de FS, las autoras concluyen que el modelo de Dehaene no puede dar cuenta de la disociación presentada por este paciente.

Por su parte, el modelo de Dagenbach y McCloskey (1992), al postular que las representaciones de los hechos aritméticos correspondientes a cada operación están almacenadas por separado, permite explicar las disociaciones observadas en los tres pacientes. En cada uno de ellos estaría dañada la red semántica específica de la operación que está selectivamente deteriorada en ese paciente. Ahora bien, el deterioro de la suma que presenta FS es menor en la modalidad escrita-escrita que en las demás, lo cual se acomoda mal con el carácter amodal de las representaciones de la red semántica de los hechos aritméticos, postulado por el modelo de McCloskey. Dicho carácter amodal ha sido cuestionado por otros autores (Campbell y Clark, 1992; Cipolotti y Butterworth, 1995). En este caso, se podría postular que FS presenta un daño selectivo en la "red auditiva de la suma", si bien ese daño no sería tan selectivo en este caso, ya que, aunque atenuado, presenta también un déficit en la modalidad visual. En consecuencia, el patrón de FS no apoya ni el carácter amodal ni el carácter específico de la modalidad de la red semántica.

En cualquier caso, las autoras concluyen que el modelo que permite explicar mejor este conjunto de disociaciones es el de McCloskey, al postular una segregación de las representaciones de los hechos aritméticos por operación. La cuestión queda abierta.

Cipolotti y Lacy-Costello (1995), tras mencionar el caso del paciente descrito por Lampl, Eshel, Gilad y Sarova-Pinhas (1994), que era prácticamente incapaz de resolver oralmente o por escrito sumas, multiplicaciones y divisiones, pero resolvía rápidamente y sin dificultad las operaciones de resta incluso complejas, señalan que, teniendo en cuenta que las sumas y las multiplicaciones suelen ser mejor aprendidas y entrenadas que las restas, este patrón induce fuertemente a postular que los hechos aritméticos almacenados están segregados por operaciones. ¿Pero indica esto que cada una de las cuatro operaciones dispone de su propio fondo de representaciones en la memoria? De acuerdo con Ashcraft (1992) ese sería el caso para la suma, la resta y la multiplicación. Sin embargo, la división ha sido muy poco estudiada, aunque parece que estaría muy ligada a la multiplicación, lo que parece haber inducido a pensar que no tiene representaciones propias.

En la división participan la multiplicación, la resta y la suma, por lo que depende de ellas. Ahora bien, el determinar "a cuánto cabe" requiere algo más que una simple multiplicación, como lo demuestra el hecho de que (en nuestra experiencia) incluso las personas mayores normales que pueden multiplicar presentan serios déficit para determinarlo.

Tras haber verificado que el patrón del paciente CB no se puede explicar apelando a una disminución de recursos de procesamiento que afectaría de manera especial a la división, al requerir ésta más recursos que las otras operaciones aritméticas, Cipolotti y Lacy Costello consideran que dicho patrón requiere una explicación.

Se podría pensar que ha perdido uno de los principios fundamentales de la división, es decir, el principio de que la magnitud de las partes resultantes ha de ser la misma. Sin embargo, CB demostró mediante fichas que ese no era el caso.

Las autoras ofrecen dos posibles interpretaciones alternativas. De acuerdo con una de ellas, la división podría carecer de representaciones de hechos aritméticos propios, por lo que se resolverían convirtiéndolas en multiplicaciones. Esta estrategia estaría dañada en CB, como lo indica su incapacidad para resolver problemas del tipo  $N \times ? = M$ . De acuerdo con la segunda, la división dispondría de sus propias representaciones de hechos aritméticos, que estarían dañadas en CB. En este caso, su incapacidad para resolver problemas del tipo  $N \times ? = M$  se podría explicar de dos maneras. Bien estaría intentando resolver estos problemas convirtiéndolos en problemas de división, o bien presenta un déficit adicional de los procedimientos requeridos para resolverlos. Cipolotti y Lacy Costello concluyen que, aunque los datos no permiten zanjar entre las dos explicaciones ofrecidas por ellas, ambas excluyen implícitamente la posibilidad de que la división comparta hechos con la multiplicación.

Los individuos que participaban en los experimentos de LeFevre y Morris informaron de que resolvían con frecuencia las operaciones de división replanteándolas como multiplicaciones (por ejemplo,  $56/7 = 7 \times ?$ ), y que lo hacían más frecuentemente cuanto más largas eran las divisiones. Además, la ejecución de las multiplicaciones resultaba facilitada por la solución de las divisiones, más que ésta por la de aquéllas. Todo ello, les lleva a postular que el replanteamiento de las operaciones de división da lugar a la activación directa de las representaciones de la multiplicación, y que si la multiplicación y la división compartían las mismas representaciones, la facilitación de una por la otra debería ser simétrica. Partiendo de estas consideraciones, LeFevre y Morris (1999) someten a verificación la hipótesis de que la información correspondiente a la multiplicación y la información correspondiente a la división están almacenadas por separado, pero que las operaciones de división pueden estar mediadas por el acceso directo a los conocimientos acerca de la multiplicación. Tanto los patrones de latencia como la tasa de errores confirman esta hipótesis. Además, indican que la solución de las operaciones sencillas de división no se basan únicamente en la recuperación asociativa directa, sino que requieren una variedad de procedimientos mentales.

### 6.2.3. Disociaciones en función de las tareas

El paciente RG de Daghénbach y McCloskey (1992) presenta tres tipos de disociaciones. Estas disociaciones que se observan en todas las tareas de producción no se observan en las tareas de verificación.

Esto sugiere que la recuperación de hechos aritméticos difiere en ambos tipos de tareas. En efecto, mientras la producción de una solución requiere recuerdo, la verificación requiere reconocimiento, y los modelos de memoria recientes postulan que el recuerdo y el reconocimiento implican procesos sustancialmente diferentes. Teniendo en cuenta que las representaciones de los hechos aritméticos almacenadas que sustentan el recuerdo (tareas de producción) son las mismas que sustentan el reconocimiento (tareas de verificación), las diferencias en la ejecución de RG reflejarían diferencias en los procesos de recuperación.

Hemos visto que en el paciente BB de Pesenti y otros (1994) no hay diferencias ni en la tasa ni en la distribución de los errores entre las tareas de verificación de multiplicaciones y las tareas de producción de éstas. El hecho de que en BB no se observe una disociación entre las tareas de verificación y las de producción, lleva a los autores a plantearse que, o bien el mismo proceso o procesos están implicados en ambos tipos de tareas y están dañados en BB, o bien los procesos implicados en cada una de ellas son diferentes pero conducen a una misma representación mental y es ésta la que está dañada. La cuestión queda abierta.

## 6.3. TIPOS DE DÉFICIT EN LA EJECUCIÓN DE LOS PROCEDIMIENTOS

Los déficit de los procedimientos de cálculo pueden revestir diferentes formas, lo que refleja que dichos procedimientos implican una serie de componentes que se disocian:

### Dificultad para llevar o para tomar prestado

- Llevan, pero añaden la cantidad llevada a un elemento diferente del indicado. Así, el paciente VO, de McCloskey y otros (1985), al ejecutar multiplicaciones, suma la cifra que se lleva a la columna siguiente del multiplicando, en vez de llevarla al producto de éste por el multiplicador:

[1]

$$\begin{array}{r} 55 \\ \times 3 \\ \hline 185 \end{array}$$

Es decir:  $3 \times 5 = 15$  y me llevo 1;  $5 + 1 = 6$ ;  $3 \times 6 = 18$ .

- En vez de llevar, escriben la cifra correspondiente en la columna que correspondería a las decenas, sin separar unos de otros las sumas o productos intermedios.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 897 \\ + 535 \\ \hline 131212 \end{array}$$

Es decir:  $5 + 7 = 12$ ;  $9 + 3 = 12$ ;  $8 + 5 = 13$ .

- Confusión aparente de etapas pertenecientes al procedimiento de una operación con etapas pertenecientes al procedimiento de otra operación. Así, un paciente de Benedet (no publicado), ejecutaba las restas con el procedimiento propio de la multiplicación: restaba cada operando del substraendo de cada dígito del minuendo, pero respetando por lo demás el procedimiento de la resta:

$$\begin{array}{r} 947 \\ - 735 \\ \hline 392 \\ 614 \\ 170 \\ \hline 1176 \end{array}$$

O el paciente HY, de McCloskey y otros (1985), que, al multiplicar  $58 \times 69$  obtiene como resultado 372. En realidad, opera con el procedimiento de la suma:

$$\begin{array}{r} 58 \\ \times 69 \\ \hline 372 \end{array}$$

Es decir,  $9 \times 8 = 72$ , me llevo 7:  $6 \times 5 = 30$ , más 7 = 37.

- Otros tipos de alteración, son posibles. Es el caso del paciente que al sumar 68 y 59 obtiene 28 ( $8 + 9 = 17$ ;  $6 + 5 = 11$ ;  $17 + 11 = 28$ ):

$$\begin{array}{r} 68 \\ + 59 \\ \hline 28 \end{array}$$

# 7

## BASES ANATÓMICAS DE LAS HABILIDADES ARITMÉTICAS



Los diagramas de las diferentes funciones cognitivas, ideados por los primitivos neuropsicólogos, eran modelos anatomoconductuales. Es decir, cada uno de sus componentes correspondía a una estructura cerebral. Esto se debía al hecho de que estaban basados en el estudio de las correspondencias entre alteraciones conductuales y afectaciones cerebrales. Era el método denominado de la “correlación anatomoconductual”. Debido a que esta metodología es la que dio lugar al nacimiento de la Neuropsicología, ésta se había venido definiendo con el estudio de las correlaciones entre la conducta y el cerebro.

Ya Henschen (1919, 1920) había señalado que la acalculia se observaba sobre todo, pero no sólo, en las lesiones de la corteza parietal inferior izquierda, lo que fue confirmado más recientemente por un estudio realizado por McCarthy y Warrington (1988) y por otros muchos que le siguieron.

Más tarde, la Neuropsicología psicométrica utilizó la metodología de las correlaciones entre los resultados numéricos obtenidos en los tests psicológicos (o “neuropsicológicos”) y la localización de las lesiones cerebrales, establecida por los neurólogos.

Las cosas cambiaron enteramente con el nacimiento y desarrollo de la Neuropsicología cognitiva a finales de los años sesenta del siglo pasado. Para entonces ya se tenía conciencia de que tanto la mente como el cerebro como sus relaciones mutuas, eran lo bastante complejos como para pretender captar estas relaciones mediante simples correlaciones.

Por ello, los neuropsicólogos cognitivos consideraron que antes de pensar en determinar las relaciones entre las funciones cognitivas y las estructuras y funciones cerebrales, era preciso que los expertos en uno y otro campo profundizaran mucho más en sus conocimientos acerca de sus respectivas materias de estudio. Y, por supuesto, descartaron la posibilidad de que los intentos de encontrar relaciones entre la conducta y el cerebro pudieran correr a cargo de un solo especialista (véase el neuropsicólogo). Sólo un equipo pluridisciplinar sería capaz de abordarlas en el momento adecuado.

Como consecuencia de estos planteamientos, los modelos de procesamiento de la información han venido siendo modelos de la mente, pero no modelos del cerebro.

En los últimos años, a pesar de sus muchas limitaciones, las aportaciones de las diferentes técnicas están incitando a numerosos neuropsicólogos a establecer mapas de neuroimagen cerebrales en los que, a semejanza del mapa de Broadman, se asignan a cada región cerebral determinadas funciones específicas.

Desde luego se trata de meras especulaciones. Por un lado, es bien sabido que la interpretación de los datos proporcionados por las técnicas de neuroimagen tienen hoy por hoy demasiadas limitaciones (véase Benedet, 2006). Por otro, como ya señalara Jackson (1874), el que un paciente con una lesión localizada en tal o cual estructura cerebral fracase en una tarea, no significa que los procesos cognitivos que participen en esa tarea estén localizados en esa estructura cerebral. Sólo significa que ésta es indispensable para la correcta ejecución de esa tarea. En consonancia con ello y con los actuales conocimientos acerca de la anatomía y la fisiología del cerebro, en Neuropsicología cognitiva las localizaciones cerebrales se entienden en términos de circuitos corticosubcorticales, en los que participan diferentes centros interconectados y diferentes neurotransmisores.

Otra cosa diferente es que utilicemos los datos acerca del estatus del cerebro de un paciente, procedentes de diferentes fuentes (y, con ello, de los circuitos cerebrales que participarían en la ejecución de una tarea), para establecer límites a los modelos funcionales.

Y esto es precisamente lo que intentan hacer Dehaene y sus colaboradores con su modelo de triple código de procesamiento de los números y del cálculo. Así, Dehaene y Cohen (1995, 1997) establecen los siguientes principios, que fundamentan mediante el estudio de pacientes propios y publicados por otros autores, y mediante datos procedentes de estudios de neuroimagen:

1. Ambos hemisferios sustentan procedimientos de identificación visual eficientes. El hemisferio cerebral izquierdo puede reconocer todos los números aislados (tanto arábigos como verbales) o combinados en cantidades. La salida de estos procedimientos es una representación de las identidades y posiciones relativas de los símbolos o grupos de símbolos del estímulo (es decir, de la forma verbal visual o de la arábica). Por su parte, el hemisferio cerebral derecho puede identificar los numerales arábigos aislados, algunas cantidades multidígito y algunas palabras.

2. Ambos hemisferios poseen una representación analógica de las cantidades o magnitudes numéricas y un procedimiento de comparación para decidir cuál de dos cantidades es la mayor o la menor. Este procedimiento estaría localizado en áreas corticales próximas a la encrucijada parieto-occipito-temporal. Sin embargo, el hemisferio cerebral derecho podría ser superior al hemisferio cerebral izquierdo en el procesamiento de las cantidades.
3. Sólo el hemisferio cerebral izquierdo posee una representación de la secuencia de palabras correspondiente a los numerales verbales y los procedimientos necesarios para comprenderlos y producirlos. Estos procedimientos no son específicos de los números y tienen, por tanto, su base anatómica en las áreas del lenguaje.
4. La aritmética mental está íntimamente ligada al lenguaje y a la representación verbal de los números. En la recuperación de los hechos aritméticos de la memoria participan un conjunto de áreas del lenguaje del hemisferio cerebral izquierdo y no puede, por tanto, ser ejecutada sólo por el hemisferio cerebral derecho. En cuanto a los procedimientos de cálculo (necesarios en las operaciones multidígito) implican la coordinación de representaciones verbales y visoespaciales (arábigas) de los números.
5. Las representaciones arábica, verbal y de magnitud están interconectadas en el hemisferio cerebral izquierdo, por lo que pueden intercambiar información directamente mediante las rutas de transcodificación especializadas. En cambio, el hemisferio cerebral derecho sólo dispone de conexiones y procedimientos entre las representaciones arábicas y las de magnitud.
6. En los sujetos normales las representaciones de ambos hemisferios están conectadas exclusivamente vía cuerpo calloso.

Una serie de estudios con individuos normales, mediante la técnica de los potenciales evocados, encaminados a someter a verificación algunos de estos resultados, los confirman (Dehaene, 1996).

De lo anterior se desprende que las lesiones en diferentes estructuras cerebrales conllevan la aparición de diferentes déficit del procesamiento de los números y del cálculo. Dehaene y Cohen (1997) discuten las predicciones que su modelo anatómico-funcional del triple código permite hacer.

Las lesiones posteriores del hemisferio cerebral derecho pueden producir déficit visoespaciales que afectan al cálculo en la medida en la que el paciente es incapaz de escribir los números en el lugar que les corresponde en una operación aritmética. Se trataría de la discalculia espacial (secundaria).

En el caso de daño prefrontal, se observan alteraciones generales de la planificación y el control atencional, que dan lugar a déficit discalculícos que afectan a las operaciones aritméticas complejas, que requieren más de una etapa para su solución. Se trata, una vez más, de una discalculia secundaria, ya descrita por Luria (1966).

En las lesiones temporo-occipitales ventrales del hemisferio cerebral izquierdo, los déficit sólo se manifiestan cuando los operandos se presentan visualmente (pero no cuando se presentan auditivamente) (Cohen y Dehaene, 1995; McNeil y Warrington, 1994). No afectan al cálculo propiamente dicho, sino al procesamiento viso-verbal de las secuencias de numerales arábigos y de letras.

En las lesiones de la corteza parietal inferior izquierda se produce la acalculia primaria (o anaritmetia), asociada o no con uno o más de los restantes síntomas agrupados tradicionalmente en el denominado "síndrome de Gertsman".

La anaritmetia se produciría también en las lesiones subcorticales del hemisferio cerebral izquierdo, de acuerdo con Corbett, McCusker y Davidson (1988), Hittmair-Delazer, Semenza y Denes (1994); Whitaker, Habiger e Ivers (1985). Ahora bien, Dehaene y Cohen (1997) se plantean que los componentes de la acalculia que resultan alterados han de ser necesariamente diferentes en uno y otro caso.

Tras las modificaciones introducidas en el modelo de triple código de Dehaene (1992), Cohen y Dehaene (1997) postulan dos rutas para el cálculo: una *ruta directa* o *asemántica*, sustentada por un circuito cortico-subcortical que incluye los ganglios basales y el tálamo, y que opera mediante la recuperación de hechos aritméticos, y una *ruta indirecta* o *semántica*, que estaría sustentada por la corteza parietal inferior de ambos hemisferios cerebrales.

En consecuencia, la anaritmetia resultante de las lesiones en la corteza parietal inferior izquierda se caracterizaría por un déficit específico del dominio: el conocimiento semántico de los números y, con él, el cálculo por la ruta indi-

recta semántica, que apela a los procedimientos de cálculo, y las tareas de comparación de magnitudes. El cálculo por la vía directa o asemántica, que apela exclusivamente a los hechos aritméticos, debería estar preservado.

Por su parte, la anaritmia resultante de las lesiones subcorticales del hemisferio cerebral izquierdo se caracterizaría por la no especificidad del dominio. Es decir, no sólo afectaría al cálculo archiaprendido, sino a todas las secuencias verbales automatizadas (alfabeto, días de la semana, meses del año, poemas, oraciones, canciones, etc.). En cambio, el cálculo no automatizado, basado en el uso de procedimientos de recuento y otros, estaría preservado.

Dehaene y Cohen (1997) fundamentan esta disociación mediante el estudio de dos pacientes (MAR y BOO) que, en conjunto, presentan la disociación predicha por su modelo.

A partir del registro de las variaciones de potencial eléctrico en la superficie del cuero cabelludo, Dehaene (1997) reconstruye así las etapas de procesamiento en una tarea de comparación de magnitudes: a) en torno a los 100 ms se activa el área visual primaria bilateral; b) en torno a los 150 ms se activan regiones diferentes, según el estímulo numérico sea arábigo (corteza occipito-temporal ventral de ambos hemisferios cerebrales) o verbal (sólo la del hemisferio cerebral izquierdo); c) la diferencia de magnitud se aprecia en torno a los 190 ms; d) la producción de la respuesta mediante presión de una tecla se produce en torno a los 330 ms; e) la verificación de las respuesta, en torno a los 470 ms).



# 8

## ALTERACIONES DEL PROCESAMIENTO DE LOS NÚMEROS Y DEL CÁLCULO EN LA DEMENCIA TIPO ALZHEIMER



Tradicionalmente, en el marco de la Psicología psicométrica correlacional se habían desarrollado estudios de grupo sobre diferentes habilidades específicas en los pacientes con demencia tipo Alzheimer (en adelante DTA). Estos estudios se centraron sobre todo en la memoria episódica, el conocimiento semántico, la anomia y las habilidades visoperceptivas. El interés por las habilidades aritméticas de estos pacientes no se inició hasta casi la década de los noventa del siglo XX, y lo hizo muy tímidamente; tanto que, hasta la fecha de inicio del presente trabajo, los estudios publicados acerca de sus habilidades de cálculo apenas superaban la media docena (y actualmente apenas superan la docena).

Si bien estos estudios de grupo meramente psicométricos sugieren que la discalculia podría formar parte del síndrome de la DTA, incluso en sus primeras etapas, no proporcionan información alguna acerca de la naturaleza de los déficit del procesamiento aritmético de dichos pacientes.

Aunque la Neuropsicología cognitiva venía centrando sus investigaciones en el estudio de pacientes con afectación cerebral focal, en los últimos años se ha venido observando que en las enfermedades degenerativas también se pueden observar déficit muy específicos ("modulares"). Por un lado, estos déficit podían contribuir a dilucidar la independencia mutua de las diferentes funciones cognitivas (véase Schwartz, 1990). Por otro, la secuencia seguida por el deterioro de los componentes de un subsistema podía contribuir a determinar su organización subyacente (Girelli, Luzzatti, Annoni y Vecchi, 1999). De ese modo, se ha comenzado a valorar la utilidad de la metodología, tanto del estudio de casos únicos como del estudio de subgrupos (Martin, 1990), con pacientes con demencia que presentan habilidades cognitivas más o menos selectivamente preservadas o selectivamente dañadas.

Desde esta óptica, la investigación suele comenzar con estudios de grupo, mediante los que se trata de detectar la presencia de patrones de ejecución (subgrupos) que reflejen eventuales disociaciones entre componentes específicos del sistema que se está estudiando (en este caso, del sistema de procesamiento del cálculo). Este objetivo se logra gracias a que, lejos de quedarse en la mera psicometría correlacional, los estudios de subgrupos realizados dentro del marco teórico conceptual de la Neuropsicología cognitiva incluyen un análisis cualitativo-cuantitativo de las estrategias utilizadas y de los errores cometidos por los pacientes. Entre los primeros estudios neuropsicológicos de este tipo cabe mencionar los estudios pioneros sobre las alteraciones de la memoria (Chertkov y Bub 1990), del lenguaje (Schwartz y Chawluk, 1990) o del procesamiento visual (Saffran, Fitzpatrick-De Salme y Costello, 1990).

Una vez detectada la presencia de patrones de ejecución específicos, la investigación de las hipótesis científicas que cada uno de esos patrones permite formular requiere estudios de caso único (véase Girelli y Delazer, 2001).

Se dedica este Capítulo a revisar cada uno de los estudios publicados acerca de los déficit del procesamiento del cálculo en la DTA.

Una primera línea de trabajo aparece reflejada en una serie de publicaciones encaminadas a detectar la presencia/ausencia de déficit del procesamiento del cálculo en las primeras fases de la DTA, el grado en el que dichos déficit se correlacionan con otros déficit cognitivos y el curso de su deterioro a medida que progresa la enfermedad.

Grafman y otros (1989) publican los resultados del primer trabajo sistemático sobre acalculia en la DTA. En él estudian la secuencia del deterioro de las habilidades aritméticas a lo largo de dos años en un paciente (GC) cuya queja inicial fue una dificultad en el uso cotidiano de dichas habilidades, que premórbidamente eran por lo menos buenas.

Desde el primer momento, la evaluación neuropsicológica de GC pone en evidencia un déficit severo de sus habilidades aritméticas en el marco de la preservación, al menos relativa, de las restantes funciones cognitivas, cuyo deterioro no se manifestó hasta bastante más tarde. Este patrón llama la atención de los autores, debido a que los datos sobre el tema disponibles hasta entonces indicaban que, en la mayoría de los pacientes con DAT, el procesamiento de los números, e incluso el del cálculo sencillo, podían permanecer intactos a pesar de sus déficit semánticos y de memoria episódica.

En la primera evaluación de las habilidades aritméticas de GC se pone de manifiesto un deterioro relativamente selectivo de la representación semántica y de los procesos de recuperación asociados con el conocimiento de los números y con el cálculo. Sin embargo, la capacidad de comparar magnitudes y la numerosidad estaban intactas y permanecieron así hasta el final del seguimiento del paciente.

GC cometía errores sintácticos principalmente en las tareas de lectura y escritura de numerales y errores léxicos sobre todo en las tareas de cálculo. En éstas demostró no tener acceso a los procedimientos de la multiplicación; tampoco era capaz de resolver tareas de verificación de operaciones de multiplicación. Pero sabía que sus respuestas eran incorrectas. A medida que su demencia progresaba, fue perdiendo otros procedimientos y los errores sintácticos y léxicos fueron apareciendo cada vez más frecuentemente, tanto en las tareas de procesamiento de números como en las tareas de cálculo.

Parlato, López, Panisset, Lavarone, Grafman y Boller (1992) evalúan la eventual discalculia de 28 pacientes con DTA probable, en un estudio citado prácticamente por todos los autores. Sin embargo, esa evaluación se lleva a cabo mediante dos tests que tienen más que ver con otras funciones cognitivas que con las habilidades de cálculo propiamente dichas. Se trata del test del MMSE, consistente en ir disminuyendo mentalmente una cantidad de 7 en 7 (en la versión española, de 3 en 3), y en el test de Aritmética de la versión inicial de la WAIS (1946). El primero está especialmente mediado por el control mental, que puede explicar por sí sólo los resultados del paciente; el segundo implica todas las funciones que participan en la comprensión auditiva del enunciado de un problema, en la búsqueda de su solución y en la comunicación de ésta. Por todo ello, no consideramos aquí de interés los resultados de esta investigación.

En su estudio de 23 pacientes con DTA ligera, mediante 12 operaciones de suma y otras tantas de multiplicación, Marterer, Danielczyk, Simany y Fisher (1996) observan una fuerte correlación entre el grado de demencia (medido mediante el MMSE) y el deterioro del procesamiento del cálculo. Por lo demás, la única diferencia significativa que observan entre estos pacientes y los controles normales de su misma edad es que aquéllos cometieron más errores en hechos aritméticos básicos que éstos. A esta misma conclusión, aunque con una metodología de trabajo muy diferente, llegan Duverne, Lemaire y Michel (2003).

Más interés tiene para nosotros el estudio de Deloche, Hannequin, Carlomagno, Agniel, Dordain, Pasquier, Pelat, Denis, Desi, Beaucahmp, Metz-Lutz, Cesaro y Seron (1995). Los autores evaluaron a 17 pacientes con DTA mediante la batería estándar EC301 (Deloche, Seron, Larroche y otros, 1994), y observaron que sólo 12 de ellos (76,58%) obtenían una puntuación total deficitaria (lo que implica que un 23,42 de sus pacientes no presentaban tales déficit, una cuestión que tiene un especial interés, como veremos). También observaron que las puntuaciones en dicha batería correlacionaban con las puntuaciones en el MMSE y con las puntuaciones en lenguaje. Pero lo más interesante es que, al analizar la ejecución de los pacientes caso por caso, observaron la misma gran heterogeneidad en los patrones de habilidades de cálculo preservadas y deterioradas que se habían venido observando en el caso de las demás funciones cognitivas en los pacientes con DTA.

Los autores recomiendan que se estudien grupos más numerosos de pacientes con DTA, a fin de caracterizar los patrones de los diferentes subtipos de déficit de cálculo (una sugerencia que ha sido recogida en el presente trabajo).

Carlomagno, Lavaronne, Nolfé, Bourène, Martín y Deloche (1999) comparan un grupo de 68 pacientes con DTA ligera con 242 controles normales, esta vez mediante la batería EC-301-R. 94% de sus pacientes presentaron puntuaciones deficitarias en el procesamiento de los números y del cálculo. Los autores consideran que este mayor porcentaje de pacientes con déficit, con respecto al estudio de Deloche y otros (1995) puede deberse a que estos últimos controlaron el procesamiento visoespacial de sus pacientes, por lo que eliminaron aquellos que podían presentar una acalculia visoespacial.

Aunque no encuentran correlación con el MMSE, consideran que esa no es razón suficiente para concluir que no hay relación entre severidad de la demencia y deterioro de las funciones estudiadas, ya que eso puede deberse a que la versión de este test utilizada por ellos es diferente de la utilizada por Parlato y otros (1992). Por otro lado, en cuanto a la correlación entre las tareas de procesamiento de los números y del cálculo y las restantes funciones cognitivas evaluadas, sólo fueron significativas las obtenidas con el TMT-B, y con los tests de Claves y Dígitos en orden inverso de la WAIS. Es decir, con los tests que apelan el sistema "Atencional-Ejecutivo".

De todo ello, los autores concluyen que la discalculia en la DTA ligera "puede ser independiente de los déficit mostrados en otros dominios cognitivos y de los resultados obtenidos mediante los métodos usuales de *screening* de la DTA, como el MMSE" (p. 172). Por otro lado, señalan la degradación de las representaciones de las entidades de

los números en algunos de los pacientes estudiados. Por último, subrayan la importancia del papel de los recursos atencionales en la ejecución de las tareas de cálculo. Ambos tipos de déficit serían los responsables de los síntomas discalcúlicos de estos pacientes.

Ahora bien, tras un análisis de los resultados obtenidos por cada participante en su estudio, observan una gran variabilidad de dichos resultados que, a nivel individual, ponen de manifiesto la presencia de diferentes tipos de disociaciones del tipo de las que predicen los modelos cognitivos revisados en nuestro estudio.

Vemos que este primer grupo de estudios pone de manifiesto que, si bien la mayoría de los pacientes con DTA pueden presentar alteraciones del cálculo desde las primeras etapas de su enfermedad, este no es el caso de todos. Probablemente, ello depende de la composición de la muestra, por un lado, y del tipo de tareas utilizadas por cada autor, por otro. Además, los datos parecen indicar que cuando hay déficit de dichas alteraciones, su severidad aumenta al aumentar la severidad general de la demencia.

Pero, sobre todo, estos estudios apuntan a una gran variabilidad en el tipo de déficit observados a nivel individual.

Una segunda línea de trabajo corresponde a los estudios planteados e interpretados a la luz de los modelos cognitivos de procesamiento del cálculo. Diferenciaremos aquí los estudios de caso y los estudios de grupo, comenzando por los primeros.

La paciente BB, descrita por Pesenti, Seron y Van der Linden (1994), es una mujer de 39 años que presenta una demencia precoz. BB poseía premórbidamente unas buenas habilidades aritméticas que utilizaba diariamente, tanto en su trabajo como en su principal actividad de ocio. Su demencia se manifestó mostrando desde el primer momento déficit moderados de la memoria, del razonamiento y del lenguaje, junto con un deterioro severo de las habilidades aritméticas, especialmente de cálculo. Pero, además, en la evaluación de las habilidades aritméticas se observa que BB presenta varias disociaciones.

En primer lugar, en la ejecución escrita de operaciones aritméticas simples se observa una fuerte disociación entre operaciones: la multiplicación está severamente afectada, la suma lo está menos y la resta sólo lo está ligeramente. Esta disociación se podría explicar de dos maneras. Una es que, mientras la suma y la multiplicación se basan en la recuperación de hechos aritméticos, la resta y la división sencillas se basan en el uso de estrategias *back-up*, y unas y otras corren a cargo de rutas diferentes (Dehaene y Cohen, 1995). La otra explicación es en términos de la segregación de la representación de los hechos aritméticos por operaciones (Dagenbach y McCloskey, 1992).

En segundo lugar, BB ejecuta mejor las operaciones basadas en reglas (a excepción de la regla  $N \times 0 = 0$ ) que las basadas en la recuperación de hechos aritméticos sencillos, lo que apoya el postulado de Dagenbach y McCloskey (1992) según el cual hay que establecer una diferenciación entre hechos aritméticos y reglas aritméticas.

En cambio, en el patrón de BB no se observan diferencias ni en la tasa ni en la distribución de los errores entre las tareas de verificación de multiplicaciones y las tareas de producción de éstas. Este hecho sugiere que, o bien el mismo proceso o procesos están implicados en ambos tipos de tareas y están dañados en BB, o bien los procesos implicados en cada una de ellas son diferentes pero conducen a una misma representación mental y es ésta la que está dañada (Pesenti y otros, 1994).

Girelli, Luzzatti, Annoni y Vecchi (1999) discuten los resultados de su estudio de seguimiento de la paciente EP, una antigua profesora de matemáticas, diagnosticada ahora de DTA. En la primera evaluación de las habilidades aritméticas, se observa un deterioro selectivo de los procedimientos aritméticos limitado a la multiplicación compleja y a las restas complejas, en el contexto de habilidades cognitivas generales y de procesamiento de los números y de cálculo simple bien preservadas.

EP presenta un déficit selectivo del procesamiento de la información espacial. Sin embargo, sus déficit de cálculo escrito no eran secundarios a su déficit del procesamiento de la información espacial, sino a un fallo en la ejecución del algoritmo apropiado (por ejemplo, errores en el procedimiento de llevar). Los autores concluyen que estos datos apoyan la disociación funcional entre los procedimientos y los hechos, dentro de una misma operación.

El seguimiento mostró un aumento de las dificultades del cálculo escrito y en las tareas menos automatizadas que requieren la manipulación de cantidades numéricas (razonamiento numérico, cálculo aproximado). La recuperación

de los hechos aritméticos se mantuvo preservada hasta el final de seguimiento, siendo los de la multiplicación los preservados durante más tiempo. Este resultado apoya la hipótesis según la cual las tablas serían almacenadas a modo de asociaciones verbales y, por tanto, más automatizadas que las otras operaciones (Dehaene y Cohen, 1995). Además, con la semántica numérica, EP presentaba un patrón inusual de conocimiento preservado de magnitud y paridad y, a la vez, un conocimiento declarativo y una habilidad de estimación deteriorados.

Dos estudios de grupo ponen de manifiesto la presencia de disociaciones similares a las observadas en los mencionados estudios de caso.

Mantovan, Delazer, Ermani y Denes (1999) comparan las habilidades de cálculo (suma, resta y multiplicación) de 12 pacientes DTA (AD) con las de 10 pacientes con daño focal en el hemisferio cerebral izquierdo (LHL) y con 19 controles normales (NC). Encuentran que, al ejecutar los procedimientos aritméticos, el grupo AD presenta una tasa de error muy superior y obtiene puntuaciones significativamente más bajas que los grupos LHL y NC. En cambio, en la recuperación de hechos aritméticos, si bien sus resultados son significativamente diferentes de los obtenidos por el grupo NC, no lo son de los obtenidos por el grupo LHL.

Un análisis cualitativo de la ejecución de cada uno de los pacientes con DTA puso de manifiesto una baja consistencia de los errores de procedimiento y una elevada variabilidad intraindividual.

Además, en el grupo AD, la correlación entre su ejecución en los procedimientos de cálculo y sus puntuaciones en el MMSE fue significativa, cosa que no se observó en los otros grupos.

Todo ello parece apuntar hacia un importante papel del control atencional en los fallos de ejecución de los procedimientos aritméticos en la DTA.

A esas misma conclusión apuntan los resultados de un estudio de grupo con pacientes DTA realizado por Kaufmann y Delazer (1998): en la ejecución de los procedimientos de cálculo sus pacientes cometen numerosos tipos de errores característicos de un déficit de control atencional.

Kaufmann, Montañés, Jacquier, Matallana, Eibl y Delazer (2001) estudiaron las relaciones entre el conocimiento numérico básico (recuento de puntos y comparación de magnitudes numéricas) y las habilidades aritméticas (incluyendo hechos y procedimientos) en un grupo de 19 pacientes (de lengua española) con DTA en su etapa inicial. Observaron que el conocimiento numérico básico estaba en general bien preservado.

En la solución de operaciones de cálculo sencillo la recuperación de reglas generales almacenadas estaba particularmente afectada en relación con la recuperación de hechos aritméticos. En cuanto a las relaciones entre el conocimiento numérico básico y las habilidades aritméticas, Kaufmann y otros (2001) observaron una gran heterogeneidad de patrones, incluyendo dobles disociaciones, por lo que consideran que sus datos sugieren que "el conocimiento numérico básico no es necesariamente un prerrequisito para el mantenimiento de los hechos aritméticos [como postulaban Gallistel y Gelman (1991)], sino que más bien corroboran los modelos que postulan componentes específicos, funcionalmente independientes, dentro del sistema de cálculo (Dehaene y Cohen, 1995)" (página 403).

Al mismo tiempo, y tras un estudio de seguimiento de sus pacientes, Kaufmann y otros (2001) consideran que sus datos sugieren que el conocimiento numérico básico es más resistente a los procesos de deterioro en la demencia que las habilidades aritméticas.

Los autores concluyen que, en su conjunto, sus datos muestran que las habilidades numéricas resultan diferencialmente afectadas ya en la DTA ligera, con patrones heterogéneos intersujetos.

Por otro lado, el análisis cualitativo de los errores cometidos por sus pacientes en la ejecución de operaciones escritas puso de manifiesto un aumento notable de errores que reflejarían problemas de inhibición en la recuperación de hechos (Tegner y Nybäck, 1990; Thioux y otros, 1999), y errores que se pueden adscribir tanto a un déficit de los procedimientos de cálculo propiamente dichos como a un déficit de los mecanismos de control atencional.

De los tres casos descritos por Van Harskamp y Cipolotti (2001), comentados antes, cada uno de los cuales, a pesar de tener preservada la comprensión de los números y la transcodificación, tiene selectivamente deteriorada una

operación aritmética, uno de ellos (VP) es un paciente con DTA que tiene selectivamente deteriorada la habilidad de resolver las multiplicaciones simples.

Por su parte, Remond-Besuchet, Noël, Seron, Thioux, Brun y Aspe (1999) describen un paciente (SE) con DTA que presentaba premórbidamente habilidades aritméticas excepcionales. A pesar de un deterioro cognitivo generalizado, se observa la preservación de unas habilidades excepcionales de cálculo mental complejo, más exactamente para la multiplicación y la extracción de raíces. Desde luego, los autores plantean que, dado el elevado nivel premórbido del paciente, no es posible determinar si, en realidad, sus habilidades aritméticas están enteramente preservadas o si simplemente siguen siendo muy buenas a pesar de estar deterioradas. Esto plantea la cuestión de hasta qué punto, en la DTA, las habilidades más consolidadas son más resistentes al deterioro que las restantes habilidades. En este caso, se trataría de una mayor resistencia a la enfermedad de las habilidades sobreaprendidas, como señala Schacter (1983, citado por Remond-Besuchet y otros, 1999). Pero, en todo caso, este patrón viene a confirmar la disociación de las habilidades aritméticas con respecto al resto del sistema cognitivo.

En realidad, dentro de las restantes habilidades aritméticas de SE, se observan interesantes disociaciones. Así, mientras la recuperación de hechos aritméticos sencillos aparece preservada, la de los hechos basados en reglas es deficitaria (48% de errores); por otro lado, en las operaciones escritas, los algoritmos de la suma están preservados, pero no los de la multiplicación.

En cualquier caso, SE supone la disociación complementaria a las descritas en otros pacientes con DTA, como es el caso BB de Pesenti y otros (1994) o el caso VP de Van Harskamp y Cipolotti (2001), y viene a apoyar fuertemente la hipótesis de la segregación de las operaciones aritméticas, propuesta por Dagenbach y McCloskey (1992).

En su conjunto, esta segunda línea de investigación pone de manifiesto que las alteraciones del cálculo en los pacientes con DTA pueden presentar el mismo tipo de disociaciones que en el caso de los pacientes con afectación focal. Entre éstas conciernen especialmente a este estudio la disociación entre hechos y procedimientos, por un lado, y la disociación entre operaciones de cálculo, por otro.

Además, los últimos estudios (todos ellos publicados después de iniciado nuestro trabajo) señalan la muy probable participación de los déficit de control atencional en los fallos de ejecución de los procedimientos aritméticos en los pacientes con DTA. Sin embargo, hasta la fecha no se ha publicado ningún estudio sistemático sobre el tema.



# 9

## CONCLUSIONES DE LA PRIMERA PARTE Y JUSTIFICACIÓN DEL ESTUDIO EMPÍRICO



A lo largo de esta Primera Parte hemos ido viendo cómo han surgido y han ido evolucionando los dos principales modelos neuropsicológicos de procesamiento del cálculo. Hemos visto también los datos neuropsicológicos mediante los cuales los autores de cada uno de los dos modelos intentan fundamentar el suyo. Sin embargo, no hay hoy por hoy acuerdo acerca de las cuestiones que constituyen sus principales diferencias. Entre éstas, hemos destacado la referente al carácter de las representaciones aritméticas y de las vías de acceso a ellas. Mientras el modelo de McCloskey y otros (1985) postula que las representaciones mentales aritméticas son amodales y, en consecuencia, se puede acceder a ellas a través de cualquier código verbal o numérico, el modelo de Dehaene y Cohen (1991) postula que existen representaciones diferentes para códigos de acceso diferentes.

Ahora bien, ambos modelos postulan el carácter automatizado, tanto de la recuperación de los hechos aritméticos como de la ejecución de los procedimientos aritméticos.

Sin embargo, aun cuando los procedimientos aritméticos sean rutinas automatizadas que se recuperan como tales de la memoria permanente, en realidad, hemos visto que se trata de procedimientos complejos, que incluyen diversas etapas en cada una de las cuales participan diferentes funciones cognitivas, diferentes tipos de información y diferentes formas de acción. Parece evidente que la ejecución coordinada de todo este proceso requiere necesariamente, al menos, un cierto control por parte del Ejecutivo Central.

Se ha venido considerando que el déficit cognitivo general que presentan desde el comienzo de su proceso degenerativo los pacientes con DTA no afecta a los componentes modularizados del Sistema Cognitivo hasta que las estructuras cerebrales que sustentan directamente dichos componentes están ellas mismas dañadas, lo que no suele ocurrir hasta etapas avanzadas de la enfermedad (Schwartz, Marin y Saffran, 1979). Desde luego, se han descrito casos en los que, desde el principio de la enfermedad, estos pacientes presentan déficit específicos de determinadas funciones cognitivas consideradas modularizadas (entre ellas, de las alteraciones del procesamiento de los números y del cálculo). Esto se ha atribuido a una distribución topográfica atípica del daño cerebral en esos pacientes. En el Capítulo precedente se han recogido algunos casos de las alteraciones específicas del procesamiento de los números y del cálculo observadas en pacientes con DTA.

Por otro lado es sabido que, debido a la pérdida progresiva (pero importante desde el primer momento) de conexiones neuronales, el Sistema Ejecutivo de estos pacientes es deficitario desde el principio de la enfermedad (Baddeley, Logie, Bressi, Della Salla y Spinnler, 1986; Becker, 1988; Grober y Sliwinski, 1991). Por ello, parece plausible postular que el déficit de este Sistema puedan ser el responsable, al menos en parte, de los déficit observados en los pacientes con DTA que no presentan una afectación específica el sistema de procesamiento de los números y del cálculo.

Ya Lucchelli y De Renzi (1993) habían descrito un paciente con una lesión frontal que había perdido los procedimientos aritméticos, pero conservaba básicamente los hechos aritméticos.

Por su parte, Semenza, Micelli y Girelli (1997) describen una paciente de 17 años (MM), con una historia neurológica, que presenta un déficit de aplicación de los algoritmos del cálculo a las operaciones complejas, en el contexto de un sistema de procesamiento del cálculo que, en su conjunto, aparece intacto. En realidad, el déficit se manifiesta selectivamente en la ejecución escrita de multiplicaciones complejas. No se observa déficit de la recuperación de hechos aritméticos, ni déficit de la aplicación de los algoritmos del cálculo en operaciones más sencillas de multiplicación ni en las operaciones de suma o de resta.

Los errores cometidos por MM al ejecutar multiplicaciones escritas son asistemáticos y no siguen ninguno de los patrones descritos hasta la fecha. Consisten, sobre todo, en la selección errónea de los operandos, la repetición o la omisión de un producto parcial y errores al llevar. MM podía comenzar correctamente una operación, pero su ejecución se iba deteriorando a medida que dicha ejecución avanzaba, y podía dejar una operación sin concluir. Por lo demás, no era consciente de sus errores.

Los autores, tras invocar la descripción de Luria (1966) de los errores de cálculo esperables en los pacientes frontales, consideran que la discalculia de MM es secundaria a un déficit de su capacidad de controlar las diferentes etapas de que constan los procedimientos de la multiplicación. Por todo ello, concluyen que, si bien ni la adquisición ni la aplicación de los procedimientos de cálculo requieren la comprensión del fundamento conceptual sub-

yacente, cuando éste falta, dichos procedimientos podrían ser más susceptibles al deterioro. Además, aun cuando la activación del procedimiento de cálculo seleccionado para resolver una operación esté parcialmente automatizada, los procesos de control atencional serían básicos para su implementación y para la eventual autocorrección en curso.

Al discutir el patrón de ejecución de su paciente MT, Girelli y Delazer (1996) retoman la distinción establecida por Resnick (1982) dentro de los procedimientos a algoritmos aritméticos, entre el *conocimiento sintáctico* (o conocimiento del conjunto de reglas que indican cómo proceder cuando se está resolviendo una operación multidígito) y el *conocimiento semántico* (o comprensión real de cada etapa del procedimiento). Si bien es cierto que la semántica es siempre subyacente a la sintaxis, aquélla no es necesaria para ejecutar un algoritmo.

Semenza, Micelli y Girelli (1997) afirman que, cuando falla el conocimiento sintáctico, la ejecución del paciente es sistemática; en cambio, cuando lo que falla es el control atencional, se hace asistemática.

Hemos visto a lo largo del apartado precedente como, en sus conclusiones, Mantovan (1999), Kaufmann y Delazer (1998), Remond-Besuchet y otros (1999) y Kaufmann y otros (2001) apuntaban que los errores en el uso de los procedimientos aritméticos observados en sus pacientes pueden proceder de sus dificultades para controlar la secuencia de las etapas que los integran y, en especial, para organizar los procesos cognitivos implicados en esas etapas. La falta de consistencia de dichos errores procedimentales, el deterioro progresivo de su uso a medida que avanzan en la ejecución de una operación y la falta de conciencia de sus errores apoyarían esta conclusión.

No tengo conocimiento de que, hasta la fecha, se haya publicado ninguna investigación sistemática encaminada a someter a verificación estas sugerencias.

La investigación sistemática de este postulado es lo que ha motivado la investigación que presento para la obtención del título de Doctora.

SEGUNDA PARTE  
EL ESTUDIO EMPÍRICO



*10*

INTRODUCCIÓN



En la Primera Parte de esta Memoria, se han revisado las publicaciones sobre el estado actual del conocimiento acerca de la naturaleza de las representaciones y los procesos implicados en el cálculo aritmético, así como las publicaciones sobre los déficits de esas representaciones y procesos en los pacientes con DTA, en ella hemos visto que los datos actualmente disponibles indican que:

- En un elevado porcentaje de pacientes con DTA se observarán alteraciones del cálculo, ya en las primeras etapas del proceso de deterioro cognitivo.
- En un porcentaje menor de pacientes, las alteraciones del cálculo en esas etapas pueden no ser significativamente diferentes de las observables en los controles normales de la misma edad.
- En los pacientes con DTA se pueden observar el mismo tipo de disociaciones entre componentes del sistema que en el caso de los pacientes con daño focal.
- No obstante, se observa una gran variabilidad interindividual en el tipo de componentes del sistema de procesamiento del cálculo preservados y dañados.
- A nivel intraindividual, se observa una gran inconsistencia de los déficits.
- Esta inconsistencia apuntaría hacia el papel no despreciable de las funciones de Control Ejecutivo en las alteraciones del cálculo de los pacientes con DTA.
- Desde el principio de la enfermedad, las funciones de Control Ejecutivo de los pacientes con DTA se ven afectadas en diferentes grados, debido a la pérdida de conexiones que tiene lugar desde ese momento.

A partir de estas premisas, y en relación con un grupo de pacientes con DTA ligera, hemos planteado las siguientes

## HIPÓTESIS

### PRIMERA

En la mayoría de los pacientes que participan en este estudio -pero no en todos- se observará la presencia de alteraciones del procesamiento del cálculo significativamente diferentes de las observables en la población normal del mismo grupo de edad.

### SEGUNDA

En los pacientes con DTA que presentan alteraciones de procesamiento del cálculo se podrán determinar al menos tres subgrupos caracterizados, respectivamente, a) por fallos en el acceso a los hechos aritméticos; b) por fallos en la ejecución de los procesos de cálculo, y c) por fallos en el control atencional.

### TERCERA

En caso contrario, tanto en los fallos de la recuperación de hechos aritméticos como, sobre todo, en los fallos en la ejecución de los procedimientos de cálculo, se observará una falta de consistencia, como corresponde a los fallos debidos a una afectación del sistema de control atencional.



# *11*

## MÉTODO



## PARTICIPANTES

Participaron en este estudio 95 individuos. De ellos, 53 son pacientes y 42 controles. El rango de edad abarca de 50 a 93 años (media 73,2). Todos ellos obtuvieron en el Mini Mental State Examination (MMSE) (Folstein, Folstein y McHugh, 1975, versión española de Lobo y cols. en 1976) una puntuación igual o superior a 22. Teniendo en cuenta que con una puntuación en esta prueba inferior a 22 no es posible determinar si los fallos del paciente en las tareas de cálculo se deben a déficit específicos o a su deterioro cognitivo global, se estableció este valor mínimo como criterio de inclusión.

Tabla 11.1. Variables demográficas

a) Características demográficas del total participantes			b) Edad		
Característica	n	%	Característica	Media	Desviación típica
Pacientes	53	55,8			
Controles	42	44,2			
Nivel educativo 1	28	29,5			
Nivel educativo 2	25	26,3	Controles	72,48	10,39
Nivel educativo 3	42	44,2	Pacientes	73,79	8,03
Varones	50	52,6			
Mujeres	45	47,4			
c) Características demográficas de los pacientes			d) Características demográficas de los controles		
Característica	n	%	Característica	n	%
Pacientes	53	55,8	Controles	42	44,2
Nivel educativo 1	17	32,1	Nivel educativo 1	11	26,2
Nivel educativo 2	19	35,8	Nivel educativo 2	6	14,3
Nivel educativo 3	17	32,1	Nivel educativo 3	25	59,5
Varones	31	58,5	Varones	19	45,2
Mujeres	22	41,5	Mujeres	23	54,8

Todos los pacientes habían sido evaluados por un neurólogo en diferentes centros de Madrid y su región. Todos presentaban un diagnóstico de demencia degenerativa primaria de tipo Alzheimer de acuerdo, tanto con los criterios de la DSM-IV (American Psychiatric Association, 1995) como con los criterios de la NINCDS-ADRDA (McKhann, Drachman, Folstein, Katzman, Price, and Stadlan, 1984). Ninguno de ellos tenía antecedentes psiquiátricos ni otros antecedentes neurológicos. Todos los integrantes del grupo control son individuos sanos que carecían de antecedentes neurológicos y psiquiátricos. Las variables demográficas de los participantes se presentan en la tabla 11.1

En ambos grupos se verificó que los individuos cuyo nivel de escolaridad era inferior a nueve años tenían un manejo premórbido adecuado de las cuatro reglas en su vida cotidiana.

### Instrumentos de recogida de datos

Todos los sujetos fueron sometidos a una evaluación neuropsicológica de base, que incluye las siguientes pruebas\*:

1. Una tarea de cancelación (tipo Mesulam, 1985).
2. Tareas de control mental verbal (WMS, Wechsler, 1987), gráfico y motor (tareas de Luria).
3. La WAIS-R-NI (Wechsler, 1981; Kaplan, Fein, Morris y Delis, 1991; versión española de MJ Benedet, no publicada)
4. El Trail Making Test.
5. El Wisconsin Card Sorting Test (WCST) (Heaton, Chelune, Talley, Kay y Curtiss, 1993).

\*Aunque las Normas APA señalan que se deben incluir los datos de fiabilidad de los instrumentos, dicha norma no suele ser aplicable a los estudios neuropsicológicos. Por un lado, la mayoría de los instrumentos utilizados carecen de datos normativos (en este estudio, sólo el WCST y el TAVEC los tienen). Por otro, en nuestro caso, se trata de pacientes con un deterioro progresivo, en los que no se espera estabilidad de los resultados.

6. El Test de Aprendizaje Verbal España-Complutense (TAVEC) (Benedet y Alejandre, 1998).
7. La Figura Compleja (Rey, 1942).
8. La Batería Parietal de Boston (Goodglass y Kaplan, 1972).

Esta evaluación ha tenido tres objetivos principales:

1. Asegurarse de que los participantes no presentaban alteraciones cognitivas (incluidas del procesamiento de los números) susceptibles de interferir con la recogida de los datos de interés para esta investigación.
2. Asegurarse de que el grupo de pacientes no incluía otras demencias susceptibles de ser confundidas en su etapa inicial con la DTA.
3. Comparar los resultados de la evaluación de las habilidades de cálculo con el de otras habilidades cognitivas relevantes para el caso.

La evaluación de las variables de interés se llevó a cabo mediante *tareas de producción del resultado*. Concretamente, se utilizaron las series de sumas, restas y multiplicaciones propuestas por Goodglass y Kaplan (1972). No se utilizó la división debido a que ésta requiere unos recursos de procesamiento que desbordan ampliamente los recursos de que disponen los pacientes con Demencia tipo Alzheimer, aun en el estadio más ligero. De hecho no se han encontrado publicaciones sobre el tema en las que se incluya la división.

## PROCEDIMIENTO

Los pacientes fueron evaluados en los propios centros hospitalarios o en sus domicilios. La evaluación se hizo en varias sesiones, cuyo número y duración fue diferente en cada caso, a fin de adaptarnos a las limitaciones marcadas por la fatigabilidad de cada individuo. En primer lugar, se aplicó a cada paciente el MMSE, seguido de la serie de pruebas incluidas en la evaluación neuropsicológica de base. A continuación, se le pidió que realizara las operaciones de cálculo escrito. Éstas se le presentaron distribuidas en tres hojas de tamaño DIN-A4 (una para cada operación), presentadas verticalmente. Dentro de cada hoja, las operaciones correspondientes aparecían ordenadas por su dificultad creciente. Aunque cada operación iba acompañada de su respectivo signo aritmético, cada hoja estaba encabezada por la palabra que designa el tipo de operaciones a realizar en ella (es decir: "Sumas", "Restas" o "Multiplicaciones", respectivamente). Se le proporcionó al paciente un lápiz del nº 2. No se le proporcionó goma de borrar, pero si parecía necesitarla, se le instaba a que realizara las correcciones sobre lo ya escrito, o a que realizara la operación de nuevo en un espacio de la misma hoja o en una hoja aparte (en ambos casos, se le reescribía la operación a realizar). En todos los casos, el evaluador anotaba el procedimiento seguido por el paciente. En caso de duda (ante los errores), se le preguntaba qué había hecho.

### Codificación de las respuestas

Sobre la producción del conjunto de participantes, y dentro de cada tipo de operación (sumas, restas y multiplicaciones), se llevó a cabo un análisis cualitativo del tipo de errores observados. Las variables resultantes se cuantificaron, a fin de someterlas a los correspondientes análisis estadísticos. Éstos se definieron de la siguiente manera:

*Variables cualitativas: tipos de errores presentes en la producción del conjunto de participantes*

1. *Omisión de operación*. El paciente declara que no sabe cómo realizar una operación: no dispone del (o no accede al) procedimiento correspondiente.
2. *Error de cálculo (Hechos)*. El paciente no logra recuperar el resultado correcto de una operación que, en principio, debería tener almacenado en su memoria permanente. Ejemplo:  $2 + 2 = 6$ . Se ha aplicado este criterio tanto a los resultados totales de las operaciones sencillas como a los resultados parciales de una operación compleja. Por ejemplo, en  $214 \times 35$ , la operación parcial  $5 \times 4$  es un hecho aritmético.
3. *Error de operación*. Un paciente que no presenta un déficit de procesamiento de los símbolos aritméticos, realiza una operación diferente de la esperada. Ejemplo  $8 - 5 = 13$ .

4. *Error de inicio*. El paciente comienza a operar con unos operandos diferentes de los que corresponden. Ejemplo  $125 \times 3 = (3 \times 2 = 6; 3 \times 5 = 15; 3 \times 1=3) \rightarrow 1.536$ .
5. *Error de secuencia*. (Sólo para la multiplicación.) El paciente no sigue la secuencia correspondiente al procedimiento de la operación que está realizando. Ejemplo  $23 \times 12 = [2 \times 3 = 6]; [1 \times 2 = 2] = 26$ .
6. *Error de columna*. (Sólo para la multiplicación.) Error de distribución espacial de los resultados parciales de una operación.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 12 \\ \hline 46 \\ 23 \\ \hline 69 \end{array}$$

7. *Olvido de llevar*. El paciente olvida sumar lo que se lleva.
8. *Error de cómo llevar*. El paciente no sabe qué hacer con lo que se lleva.
9. *Error de dónde llevar*. El paciente suma la cantidad que se lleva a un operando diferente del esperado. Ejemplo:  $124 - 85 = (\text{de } 5 \text{ a } 14 = 9; 2 + 1 = 3; 13 - 8 = 5; 1 + 1 = 2) \rightarrow 259$ .
10. *Error de escritura*. (Suma y multiplicación.) Cuando un resultado parcial incluye decenas, en vez de llevar éstas, el paciente las escribe en la línea de resultados a la izquierda de las unidades, es decir, fracciona dicha línea de resultados parciales. Ejemplo  $24 + 38 = 512$ .
11. *Pérdida de procedimiento*. El paciente comienza resolviendo una operación por el procedimiento correcto pero en un determinado momento pasa a sustituir éste por el procedimiento propio de otra operación. Ejemplo:  $57 - 25 = 72$ . Es decir:  $[5 \text{ al } 7 = 2]; [5 \text{ y } 2 = 7] = 72$ .
12. *Omisión de operando*. El paciente olvida operar con uno o más dígitos de un operando, o bien con la totalidad del operando. Ejemplo en  $12 + 45 + 32$ , el paciente puede omitir 32 o sólo el 2.
13. *Resta el dígito menor del mayor*, sin tener en cuenta si aquél es el sustraendo o el minuendo.

De las trece variables obtenidas, 10 se aplican a la suma, 10 a la resta y 12 a la multiplicación.

## CUANTIFICACIÓN DE LAS VARIABLES

Cada uno de estos tipos de errores se puntuó con un 1 cada vez que estaba presente. Seguidamente, para cada paciente, se realizó una conversión mediante la fórmula:

$$\frac{\text{Número de errores observados}}{\text{Número de errores posibles}}$$

Para ello, se consideró el número de veces que en cada una de las operaciones de cálculo era posible cometer un tipo de error y el número de veces que cada paciente lo había cometido. Se obtuvo así, para cada paciente, una "puntuación corregida de error".

## ANÁLISIS ESTADÍSTICOS

Se llevaron a cabo los siguientes análisis estadísticos:

1. Mediante la prueba t de Student se analizaron las diferencias entre pacientes y controles, en las puntuaciones obtenidas en la evaluación neuropsicológica de base.
2. Mediante la prueba  $\chi^2$ , se llevó a cabo un estudio comparativo (de cruce paciente-control) del tipo de errores (1 = presente; 0 = ausente) cometidos en cada uno de los tres tipos de operaciones. En los casos de relación estadísticamente significativa se obtuvieron los residuos tipificados corregidos.

3. Mediante el contraste t de Student, se llevó a cabo un estudio comparativo de los pacientes por un lado y de los controles por otro, de la "puntuación corregida de error" correspondiente a cada tipo. La comparación se llevó a cabo después de realizar una transformación arco-seno sobre las proporciones.
4. Un análisis de conglomerados de K-medias se llevó a cabo a partir de las puntuaciones corregidas de error, obtenidas por los pacientes.

Se analizaron luego las diferencias entre los grupos definidos por los conglomerados, en las variables de la evaluación neuropsicológica de base, mediante el contraste t de Student.

*12*

RESULTADOS



1. En análisis de las diferencias entre pacientes y controles, en las puntuaciones obtenidas en la evaluación neuropsicológica de base, realizado mediante la prueba t de Student (Tabla 12.1) se encontraron diferencias significativas en las siguientes tareas:

**Tabla 12.1.** Diferencias entre pacientes y controles, en las puntuaciones obtenidas en la evaluación neuropsicológica de base

Tareas	Pacientes		Controles		
	Media	Desviación típica	Media	Desviación típica	t
Minimental	27,54	2,76	33,40	2,29	11,04***
Digitos Orden. Directo	4,90	1,25	5,50	1,31	2,24*
Digitos Orden .Inverso	3,52	0,86	4,66	1,52	4,31***
WAIS. Aritmética nº Correctos	6,69	2,41	9,02	3,38	3,75***
WAIS Aritmética. Fuera de tiempo	0,35	0,68	0,61	1,18	1,26
WAIS Aritm. Escrito	1,26	1,60	0,64	1,16	-2,18*
Aritm. Papel y lápiz	0,71	1,06	0,50	0,96	-1,03
Semejanzas 2 puntos	5,15	3,00	7,59	3,60	3,60**
Semejanzas 1 punto	2,03	1,83	2,59	1,26	1,43
Semejanzas e. m. 2 pun.	2,92	1,61	0,28	1,06	-9,55***
Semejanzas e.m. 1 punto	1,81	1,60	0,09	0,37	-7,53***
Control mental	9,88	4,12	9,52	4,21	-,41
TAVEC ensayo 1	2,88	1,66	6,09	1,37	10,07***
TMT -B	13,98	9,27	20,00	5,74	3,82***
Wisconsin nº administrado	92,32	33,86	100,71	29,53	1,28
WCST nº de categorías completas.	1,77	2,00	3,50	2,10	4,07***
WCST nº de fallos mantenidos	0,87	1,27	0,81	1,29	-0,02

\*p<.05. \*\*p<.01. \*\*\*p<.001

- La puntuación total en el MMSE.
- Los puntuaciones en los siguientes subtests de la WAIS-R-NI: Repetición de Dígitos en orden directo, Repetición de Dígitos en orden inverso, número de elementos correctos en la aplicación convencional de Aritmética, número de elementos correctos en la aplicación de Aritmética con respuesta escrita, número de respuestas puntuadas con un 2 en la aplicación convencional Semejanzas, número de respuestas puntuadas con un 2 por un lado, y puntuadas con un 1 por otro, en la aplicación de Semejanzas en condición de elección múltiple.
- El número de respuestas correctas recordadas en el primer ensayo de aprendizaje del TAVEC.
- El TMT, parte B.

En la Tabla del Anexo A se presentan únicamente los datos referentes a las puntuaciones significativas.

2. En la Tabla 12.2 se presentan los resultados del estudio comparativo del tipo de errores cometidos en cada uno de los tres tipos de operaciones por cada uno de los dos grupos de individuos.

Tabla 12.2. Resumen de las diferencias entre pacientes y controles en las frecuencias de comisión de diferentes tipos de errores,  $\chi^2(1, N=95)$

Tipo de errores	$\chi^2$	V	Residuos tipificados corregidos
Omisión operación en la suma	0,80	0,09	9
Omisión operación en la resta	0,08	0,03	3
Omisión operación en la multiplicación	0,34	0,06	6
Error de cálculo en la suma	0,62	0,81	8
Error de cálculo en la resta	0,51	0,07	7
Error de cálculo en la multiplicación	0,00	0,00	1
Error de operación en la resta	3,56*	0,19	1,9
Error de operación en la multiplicación	1,35	0,12	1,2
Error de inicio en la multiplicación	0,78	0,09	9
Error de secuencia en la multiplicación	4,89*	0,22	2,2
Error columna en la multiplicación	2,64	0,16	1,6
Olvido de llevar en la suma	5,96*	0,25	2,4
Olvido de llevar en la resta	0,56	0,07	8
Olvido de llevar en la multiplicación	0,11	0,03	3
Error cómo llevar en la multiplicación	0,78	0,09	9
Error dónde llevar en la resta	0,80	0,09	9
Error de escritura en la suma	6,22*	0,25	2,5
Error de escritura en la resta	0,80	0,09	9
Error de escritura en la multiplicación	5,98*	0,25	2,4
Pérdida de procedimiento en la suma	0,80	0,09	9
Pérdida de procedimiento en la resta	0,00	0,00	0
Pérdida de procedimiento en la multiplicación	0,91	0,09	1
Omisión operando en la suma	1,61	0,31*	1,3
Omisión operando llevar en la resta	0,02	0,01	2
Omisión operando en la multiplicación	0,85	0,09	9

\* $p < .05$

Los errores que no aparecen es porque la  $\chi$ , es constante

En dicha Tabla vemos que sólo han resultado significativas la diferencias entre los valores correspondientes a las siguientes variables:

- Olvido de llevar, error de escritura y omisión de operando, en la suma.
- Error de operación en la resta.
- Error de secuencia y error de escritura en la multiplicación.

En la Tabla del Anexo B se presentan únicamente los datos correspondientes a las variables que resultaron ser significativas.

3. Estudio comparativo de la "puntuación corregida de error" correspondiente a cada tipo, obtenida por los pacientes y los controles (Tabla 12.3).

En este análisis se encontraron diferencias significativas en:

- Olvido de llevar, error de escritura y omisión de operando en la suma.
- Olvido de llevar en la resta.
- Error de operación y de secuencia en la multiplicación.

**Tabla 12.3.** Diferencias entre pacientes y controles de los resultados del estudio comparativo de la "puntuación corregida de error" (número de errores observados/número de errores posibles) correspondiente a cada tipo de error.

Tipo de error	Pacientes		Controles		t
	Media	Desviación típica	Media	Desviación típica	
Omisión +	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Omisión -	1,88	9,61	2,97	14,02	0,43
Omisión X	4,31	9,93	9,86	27,95	1,22
Error cálculo +	4,71	6,92	3,72	5,35	-0,79
Error cálculo -	3,35	8,03	3,43	6,71	0,05
Error cálculo X	3,36	5,09	4,45	7,28	0,82
Error de operación +	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Error de operación -	2,59	7,49	0,59	2,69	-1,80
Error de operación X	3,77	10,16	0,68	3,07	-2,09*
Error de inicio +	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Error de inicio -	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Error de inicio X	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Error de secuencia X	14,46	29,60	2,38	15,43	-2,56*
Error de columna X	0,62	4,57	2,38	11,38	0,93
Olvido llevar +	5,97	11,82	1,19	4,34	-2,72**
Olvido llevar -	7,78	12,06	2,97	6,05	-2,52*
Olvido llevar X	3,77	13,33	2,38	7,42	-,64
Error cómo llevar +	0,62	4,57	0,00	0,00	-1,00
Error cómo llevar -	1,13	4,66	0,95	4,31	-1,93
Error cómo llevar X	0,15	1,14	0,00	0,00	-1,00
Error dónde llevar +	0,62	3,2	0,00	0,00	-1,42
Error dónde llevar -	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Error dónde llevar X	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Error escritura +	3,14	10,36	0,00	0,00	-2,20*
Error escritura -	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Error escritura X	0,85	3,22	0,21	1,40	-1,30
Resta < de >	3,14	13,09	3,96	14,16	0,29
Añade quita columnas +	0,53	2,74	0,00	0,00	-1,42
Añade quita columnas -	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Añade quita columnas X	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Pérdida de procedimiento +	0,53	2,74	0,00	0,00	-1,42
Pérdida de procedimiento -	2,15	5,16	1,02	3,73	-1,24
Pérdida de procedimiento X	1,25	4,44	0,19	1,28	-1,65
Omisión operando +	0,39	1,47	0,00	0,00	-1,93*
Omisión operando -	0,83	3,67	0,26	1,71	-1,00
Omisión operando X	2,83	6,06	1,04	4,12	-1,70

\*p<0,050, \*\*p<0,010.

En la Tabla del Anexo C se presentan únicamente los datos correspondientes a las variables que resultaron ser significativas.

#### 4. Análisis de conglomerados de K-medias sobre los datos de los pacientes.

De acuerdo con la segunda hipótesis de este estudio, se pidieron inicialmente tres grupos, que podrían diferenciarse en función de "errores de hechos", por un lado, "errores de procedimiento", por otro, y de "control atencional", por otro. Los resultados fueron decepcionantes. Se pidieron, entonces, dos grupos que podrían diferenciarse, esta vez, en función de "errores de hechos", por un lado, y "errores de procedimiento", por otro. El conglomerado 1 incluye 42 pacientes; el conglomerado 2 incluye 7 pacientes (los número 3, 4, 5, 9, 11, 19 y 37).

La Tabla 12.4. presenta los centros de los conglomerados en cada una de las variables incluidas. En ella podemos ver que los pacientes del conglomerado 2 cometen un número significativamente mayor de errores que los del conglomerado 1 en las siguientes variables:

**Tabla 12.4.** Valores correspondientes a cada uno de los centros de los conglomerados en cada una de las variables de error incluidas en el análisis (grados de libertad, 1).

Variables de error	Conglomerado			
	1	2	F	sig
Omisión de operación en la multiplicación	2,80	14,29	9,43	0,003*
Error de cálculo en la suma	3,80	10,71	6,71	0,012**
Error de 0, operación en la resta	0,82	14,29	30,85	0,000****
Error de 0, secuencia en la multiplicación	4,35	80,95	183,21	0,000****
Olvido llevar en la suma	4,35	16,67	7,40	0,009*
Olvido llevar en la resta	7,07	12,50	1,23	0,271
Error de escritura en la suma	1,09	16,67	18,28	0,000**
Resta menor de mayor	0,36	21,43	22,09	0,000**
Pérdida de procedimiento en la suma	0,31	2,04	2,47	0,122
Pérdida de procedimiento en la resta	1,55	6,12	5,13	0,028**
Pérdida de procedimiento en la multiplicación	0,72	4,76	5,44	0,024**
Omisión de operando en la suma	0,27	1,19	2,41	0,126
Omisión de operando en la resta	0,48	3,17	3,40	0,071**

\*p < 0,1    \*\*p < 0,05.    \*\*\*p < 0,01.    \*\*\*\*p < 0,001

- Error de cálculo, olvido de llevar y error de escritura, en la suma.
- Omisión de operando, pérdida del procedimiento, error de operación y substracción del operando menor del mayor, en la resta.
- Omisión de operación, error de secuencia y pérdida del procedimiento, en la multiplicación.

6. Estudio comparativo de los centros de cada conglomerado, con las puntuaciones de los pacientes en el MMSE por un lado y, por otro, con los datos correspondientes a aquellas tareas procedentes de la evaluación neuropsicológica de base en las que los pacientes habían presentado diferencias significativas en relación con los controles en el análisis 1.

En la Tabla 12.5 se presentan los datos de este estudio, y en la Tabla del Anexo E sólo aquellos datos correspondientes a las comparaciones que arrojaron diferencias significativas.

**Tabla 12.5.** Resultados del estudio comparativo de los valores de los centros de cada conglomerado, con las puntuaciones de los pacientes en el MMSE y en las tareas incluidas en la evaluación neuropsicológica de base.

Prueba neuropsicológica	Grupo 1 n = 46		Grupo 2 n = 7		
	M	DT	M	DT	T
MMSE	28,02	2,61	24,42	1,39	3,54**
Dígitos Orden Directo	4,89	1,30	5,00	1,00	-2,11
Dígitos Orden Inverso	3,58	0,83	3,14	1,06	1,26
Aritmética correctos (1)	6,95	2,45	5,00	1,15	2,05*
Aritmética fuera de tiempo (2)	0,39	0,71	0,14	0,37	1,40
Aritmética escrito (3)	1,32	1,50	0,85	2,26	0,71
Aritmética papel y lápiz (4)	0,80	1,10	0,14	0,37	3,04**
Semejanzas 2 puntos	5,47	3,00	3,00	2,00	2,10*
Semejanzas 1 punto	2,19	1,85	1,00	1,41	1,99
Semejanzas elección múltiple 2 puntos	2,78	1,59	3,85	1,57	-1,66
Semejanzas elección múltiple 1 punto	1,67	1,54	2,71	1,71	-1,62
Control mental	10,28	3,98	7,28	4,38	1,83
TAVEC ensayo 1	3,06	1,62	1,71	1,49	2,20*
Trail Making Test, B	14,63	9,07	9,85	10,18	1,16
WCST nº administrado.	93,84	34,31	82,28	31,22	0,90
WCST nº categorías completas	1,93	2,03	0,71	1,49	1,90
WCST nº fallos mantenidos	0,93	1,28	0,43	1,13	1,08

\*p < ,05, \*\* p < ,01

(1) Prueba de aritmética del WAIS presentación convencional.

(2) Prueba de aritmética del WAIS elementos correctos realizados fuera de tiempo.

(3) Prueba de aritmética del WAIS elementos aplicados en formato escrito.

(4) Prueba de aritmética del WAIS elementos realizados con ayuda de papel y lápiz.

En la Tabla 12.5 podemos ver que existen diferencias significativas entre los dos grupos de conglomerados en:

- La puntuación total en el MMSE.
- Las puntuaciones en los siguientes subtests de la WAIS-R-NI: número de elementos correctos en la aplicación convencional de Aritmética, número de elementos correctos en la aplicación de Aritmética con respuesta escrita, y número de respuestas puntuadas con un 2 en la aplicación convencional Semejanzas.
- El número de respuestas correctas recordadas en el primer ensayo de aprendizaje del TAVEC.



# *13*

ANÁLISIS CUALITATIVO  
DE LA EJECUCIÓN INDIVIDUAL  
DE CADA PARTICIPANTE



Un análisis cualitativo de los errores cometidos por cada participante ha puesto de manifiesto una gran variabilidad interindividual y una gran asistematicidad intraindividual.

En cuanto a los errores sistemáticos, se observaron sólo en 13 pacientes y 9 controles (Tabla 13.1):

- Un paciente (de 75 años de edad) y un control (de 83 años de edad) presentaron una pérdida sistemática del procedimiento sólo de la resta.
- Ocho pacientes (entre 72 y 91 años de edad; media = 80,8) y cuatro controles (de 79 a 82 años de edad) presentaron una pérdida sistemática del procedimiento sólo de la multiplicación. Además, presentó esta misma pérdida un control normal de 61 años. Se trata de una mujer con un nivel educativo de ocho o menos años de escolaridad, con una puntuación de 35 en el MMSE.
- Tres pacientes (de 63, 74 y 80 años de edad, respectivamente) y dos controles (de 85 y 89 años de edad, respectivamente) presentaron una pérdida sistemática del procedimiento de la resta y de la multiplicación, pero no de la suma.
- Un paciente de 72 años de edad (MMSE = 24) y un control de 78 MMSE = 35) dijeron no recordar la tabla de multiplicar del 9. Ambos tienen un nivel educativo superior.

**Tabla 13.1.** *Porcentaje de errores aleatorios cometidos por los participantes*

Número de errores	0	1-5	6-10	11-13
Pacientes (N = 53)	9,4%	62,3%	20,7%	7,6%
Controles (N = 42)	11,9%	66,7%	19%	2,4%

En cuanto a los errores asistémicos, el error predominante entre los pacientes ha sido el "error de escritura" o fraccionamiento de los resultados parciales en las sumas (y, con ello, en las multiplicaciones). Por lo demás, se observa que:

En el caso de los pacientes (N = 53), 5 (9,4%) no cometieron ningún error; 33 (62,3%) cometieron entre 1 y 5 errores; 11 (20,7%) cometieron entre 6 y 10, y 4 (7,6%) entre 11 y 13. En el caso de los controles (N = 42), 5 (11,9%) no cometieron ningún error; 28 (66,7%) cometieron entre 1 y 5 errores; 8 (19%) cometen entre 6 y 10, y 1 (2,4%) comete 12 errores. Se trata de una mujer de 74 años, con un nivel educativo básico y una puntuación de 32 en el MMSE.

**Tabla 13.2.** *Distribución del número de errores sistemáticos observados en los participantes*

Tipo de error	Pérdida del procedimiento de la resta	Pérdida del procedimiento de la multiplicación	Pérdida del procedimiento de la resta y la multiplicación	Olvido de tabla
Pacientes (N = 53)	1	8	3	1
Controles (N = 42)	1	5	2	1



# TERCERA PARTE

## HIPÓTESIS



*14*

DISCUSIÓN



En esta investigación se han sometido a verificación tres hipótesis. En esta Tercera Parte se revisa cada una de ellas a la luz de los datos obtenidos aquí y se discuten éstos a la luz de los datos obtenidos por los investigadores sobre el tema.

## 14.1. REVISIÓN DE LAS HIPÓTESIS DE ESTE ESTUDIO A LA LUZ DE LOS DATOS OBTENIDOS EN ÉL

### PRIMERA HIPÓTESIS

*En la mayoría de los pacientes que participan en este estudio -pero no en todos- se observará la presencia de alteraciones del procesamiento del cálculo significativamente diferentes de las observables en la población normal del mismo grupo de edad.*

En el análisis de las diferencias entre pacientes y controles (Tabla 12.2) se encontraron diferencias significativas en el MMSE a favor de los controles, como era de esperar.

Los datos procedentes del estudio comparativo en términos de la "presencia/ausencia" de cada tipo de error en cada uno de los tres tipos de operaciones de cálculo, en cada uno de los dos grupos de individuos (CN y DTA) muestran (Tabla 12.3) que ambos grupos se diferencian significativamente sólo en seis de los 13 tipos de errores:

- en la suma: olvido de llevar, error de escritura y omisión de operando;
- en la resta: error de operación;
- en la multiplicación: error de secuencia y error de escritura.

En todos estos casos, se trata de errores asistemáticos de procedimiento.

Cuando la comparación se hace en términos de "tasa de errores" a partir de las puntuaciones corregidas de error (es decir, dividiendo el número de errores de cada tipo en cada operación por el número de errores de ese tipo posibles en esa operación), los resultados (Tabla 12.4) muestran diferencias significativas entre los dos grupos en seis tipos de errores, de los que cuatro coinciden con el análisis precedente.

- en la suma: olvido de llevar, error de escritura y error de operando;
- en la resta: olvido de llevar en la resta;
- en la multiplicación: error de secuencia y error de operación.

Por otro lado, nuestro análisis cualitativo *post hoc* de la producción de cada uno de los participantes en el estudio ha puesto de manifiesto que:

1. De nuestros 53 pacientes con DTA, 48 (90,57%) presentan errores de algún tipo en las tareas de cálculo utilizadas en esta investigación, frente a cinco (9,43%) que no presentan ningún tipo de error. Por otro lado, de nuestros 42 controles normales, 36 (85,7%) presentan algún tipo de error, frente a seis (14,3%) que no presentan ninguno.
2. En ambos grupos se han observado errores asistemáticos y errores sistemáticos, si bien en ambos casos la tasa de los primeros es claramente superior a la de los segundos.

En cuanto a los errores asistemáticos (Tabla 13.1), la tasa observada en el grupo CN, aunque algo inferior, no es muy diferente de la observada en el grupo DAT. Ahora bien, mientras una tasa de error superior a seis sólo se observa a partir de los 74 años en el primer grupo (con la excepción de dos individuos de 61 y 64 años de edad, respectivamente, ambos con una puntuación en el MMSE de 35), en el caso de los pacientes se observa ya a partir de los 65 (con la excepción de un sujeto de 58 años de edad).

3. En el caso de los errores sistemáticos sólo se observan en 13 de los 53 pacientes (24,52%) (Tabla 13.2). Sus puntuaciones en el MMSE están comprendidas entre 23 y 25 (con tres excepciones, que obtienen una puntuación entre 27 y 31). El nivel educativo no parece desempeñar ningún papel. Pero, además, se observan errores selectivos en nueve de los 42 controles (21,42%), y lo hacen sin relación alguna con su puntuación en el MMSE (en

todos los casos superior a 28/35) ni su nivel educativo (en cinco casos es elemental, en dos medio y en los otros dos es superior).

En cambio, cabe señalar que mientras en nuestros pacientes estos déficits selectivos comienzan a observarse ya a partir de los 63 años de edad, en nuestros controles sólo se observan a partir de los 79.

En su conjunto, y en relación con esta Primera Hipótesis, estos datos indican que:

1. Si bien, tanto los individuos normales como los pacientes con DTA tienden a cometer errores asistemáticos de cálculo, los primeros parecen empezar a hacerlo más tarde que los segundos.
2. Determinados tipos de errores asistemáticos de cálculo fueron cometidos por los pacientes con DTA con una frecuencia significativamente superior a la observada en el grupo CN.
3. Tanto los individuos del grupo CN como los pacientes con DTA pueden presentar también errores sistemáticos, si bien la tasa de éstos es claramente inferior a la tasa de errores asistemáticos en ambos grupos.
4. También en el caso de los errores sistemáticos los individuos del grupo CN parecen presentarlos a partir de una edad más avanzada que los individuos del grupo DTA.

## SEGUNDA HIPÓTESIS

*En los pacientes con DTA que presentan alteraciones del procesamiento del cálculo se podrán determinar al menos tres subgrupos caracterizados, respectivamente, por fallos en el acceso a los hechos aritméticos, por fallos en la ejecución de los procesos de cálculo y por fallos en el control atencional.*

En vistas a someter a verificación esta hipótesis, se llevó a cabo un análisis de conglomerados del grupo de pacientes en el que, inicialmente, se pidieron tres grupos. Ante la falta de resultados positivos, se pidieron dos grupos: el Grupo 1 (G1) incluye 42 pacientes y el Grupo 2 (G2) los siete pacientes restantes. Seis de los trece pacientes que presentan errores sistemáticos de cálculo están incluidos en el G2. De ellos, dos presentan una pérdida sistemática del procedimiento de la resta, otros tres presentan una pérdida sistemática del procedimiento de la multiplicación y uno presenta una pérdida sistemática de ambos procedimientos. El séptimo paciente del G2 presenta 11 errores asistemáticos. Sus puntuaciones en el MMSE se extienden entre 23 y 25, con la excepción de un paciente que obtiene 27. Sus edades se extienden entre 70 y 79 años, con la excepción de un paciente que tiene 85. De nuevo el nivel educativo no parece tener influencia en los resultados.

El estudio comparativo entre los centros de ambos conglomerados, en cada una de los tipos de error (Tabla 12.4), arrojó diferencias significativas en 10 variables:

- en la suma: error de cálculo, olvido de llevar y error de escritura;
- en la resta: omisión de operación, pérdida del procedimiento, error de operación y sustracción del operando menor del mayor;
- en la multiplicación: omisión de operación, error de secuencia y pérdida del procedimiento.

Es decir, salvo el error de cálculo en la suma, todos los demás errores apelan a los procedimientos de cálculo, errores que son significativamente más frecuentes en el grupo 2 que en el grupo 1.

En la comparación de ambos grupos en términos de la puntuación en el MMSE, por un lado, y de las pruebas que integran la evaluación neuropsicológica de base, por otro (Tabla 11.6), sólo se obtienen diferencias significativas en el MMSE y en cuatro tareas neuropsicológicas: *Aritmética* en su aplicación convencional y cuando se proporciona papel y lápiz para resolver los problemas, y los elementos del subtest de *Semejanzas* que recibieron 2 puntos en su presentación convencional (todas ellas de la WAIS-R-NI), y en el número de palabras recordadas en el primer ensayo de aprendizaje del TAVEC.

En conjunto, se puede pensar que el análisis de conglomerados ha establecido estos dos grupos en función del grado de deterioro general de los pacientes.

En cuanto al análisis cualitativo *post hoc* de la producción de cada paciente, en relación con esta segunda hipótesis ha puesto de manifiesto que:

- sólo 13 de los 53 pacientes presentan errores sistemáticos;
- de ellos, sólo en un caso se trata de la pérdida sistemática de hechos (concretamente de la tabla de multiplicar por 9);
- en todos los demás casos, se trata de una pérdida sistemática de procedimientos;
- en 12 de los 13 casos, la pérdida sistemática de procedimientos o de hechos se acompaña de errores asistemáticos de diferentes tipos.
- en conjunto se observa una gran variabilidad interindividual de los patrones de error.

Es evidente que en estas condiciones un estudio de grupo no puede arrojar subgrupos que se diferencien en función de las variables postuladas por esta segunda hipótesis.

## TERCERA HIPÓTESIS

*En caso contrario* [es decir, si no se obtienen subgrupos basados en los tres tipos de fallos postulados], *tanto en los fallos de la recuperación de hechos aritméticos como, sobre todo, en los fallos en la ejecución de los procedimientos de cálculo se observará una falta de consistencia.*

Hemos visto que el análisis cualitativo *post hoc* de la producción de cada paciente (Tablas 13.1 y 13.2) ha puesto de manifiesto que:

- Cinco pacientes no cometieron ningún error asistemático.
- Los 48 pacientes restantes cometieron entre 1 y 13 errores asistemáticos.
- Sólo 12 pacientes que cometieron errores asistemáticos cometieron, además, errores sistemáticos de algún tipo.
- Un paciente, que no cometió ningún error asistemático, cometió en cambio un tipo de error sistemático.

Por otro lado, en las puntuaciones obtenidas en la evaluación neuropsicológica de base las diferencias más claramente significativas ( $p < .001$ ) entre los pacientes y los controles normales, a favor de éstos, se observaron (Tabla 11.2) en el número de palabras recordadas en el primer ensayo de aprendizaje de una lista de palabras, y en las tareas que requieren un mayor control atencional y un mayor consumo de recursos de procesamiento, todas ellas variables que apelan a componentes de la Memoria Operativa. Estos datos apuntan a un papel de este componente del Sistema Cognitivo en los errores inconsistentes observados en los pacientes con DTA.

En cuanto a los déficits sistemáticos observados en esta evaluación realizada en una sola sesión, habría que determinar, mediante otro tipo de diseño de casos únicos, si se trata de déficits realmente sistemáticos o de bloqueos momentáneos que podrían haber desaparecido en sesiones de retest.

## 14.2 DISCUSIÓN DE NUESTROS DATOS A LA LUZ DE LOS PROCEDENTES DE OTROS ESTUDIOS SOBRE EL TEMA

### PRIMERA HIPÓTESIS

Hemos visto que el 90,57% de nuestros pacientes con DTA presentan errores de algún tipo en las tareas de cálculo utilizadas en esta investigación. En su estudio, Deloche y otros (1995) encontraron déficit en el 76,58% de sus pacientes. Por su parte, Carlomagno y otros (1999) observan déficit en el 94% de sus pacientes. Estos últimos autores consideran que el porcentaje de pacientes (y, podemos añadir nosotros, de controles) que en un grupo presentan déficit de cálculo dependería de la composición de la muestra y del tipo de tareas utilizadas. En efecto, el 85,7% de nuestros 42 controles normales también presentan algún tipo de error.

En cuanto a las diferencias cualitativas de los errores cometidos por uno y otro grupo, Marterer y otros (1996) y Duverne y otros (2003) se limitan a señalar que los pacientes cometen significativamente más errores de hechos básicos que los controles normales de su misma edad.

Nuestro estudio de los errores cometidos por los individuos de unos y otro grupo (CN y DTA) ha podido determinar una serie de características que no habían sido sistemáticamente investigadas por los autores que nos precedieron:

1. Tanto nuestros pacientes con DTA como nuestros controles normales presentan errores asistemáticos y errores sistemáticos cuando realizan operaciones de cálculo escrito.
2. Nuestros pacientes empiezan a presentar esos errores a edades más tempranas que nuestros controles normales.
3. En ambos grupos, la tasa de errores asistemáticos es claramente superior a la de errores sistemáticos.
4. Determinados tipos de errores asistemáticos de cálculo se observan en los pacientes con DTA con una frecuencia significativamente superior a la observada en el grupo CN.

La presencia de errores asistemáticos en ambos grupos se pueden explicar simplemente en términos del deterioro cognitivo propio del envejecimiento normal, por un lado, y de la DTA, por otro.

El hecho de que se hayan observado diferencias significativas en el MMSE entre nuestros grupos CN y DAT vendría a apoyar las diferencias significativas encontradas entre los tipos de error en uno y otro grupo. También la apoyaría el hecho de que diferentes autores (Deloche y otros, 1995; Marterer y otros, 1996) han encontrado una fuerte correlación entre la puntuación en el MMSE y el nivel de cálculo de sus sujetos.

Ahora bien, dentro ya de nuestro grupo de pacientes, si bien los sujetos con mayor número de errores tienden a presentar una puntuación baja en el MMSE, ese no es sistemáticamente el caso. Otro tanto observan Carlomagno y otros (1999), que justifican este hecho en términos de que dependería de la composición de cada grupo y del tipo de tareas utilizado en cada investigación.

En cuanto al hecho de que en nuestro estudio se observen errores sistemáticos en un 24,5% de nuestros pacientes y en un 21,4% de nuestros controles normales, requiere explicaciones más elaboradas. Unos y otros han de ser explicados, pero de modo muy especial han de serlo los errores sistemáticos observados en el grupo CN.

## SEGUNDA HIPÓTESIS

Hemos visto que el análisis de conglomerados no arrojó los subgrupos esperados, en términos de los tipos de error. Sólo el análisis cualitativo de los errores cometidos por cada paciente permitió determinar que la gran mayoría de los errores eran asistemáticos.

Además, ese análisis cualitativo puso de manifiesto una gran heterogeneidad de los patrones de habilidades preservadas y afectadas, señalada ya por Carlomagno y otros (1999), Deloche y otros (1995), Kaufmann y otros (2001) y Mantovan y otros (1999).

Todo ello produce un fuerte ruido sobre los comparativamente escasos errores sistemáticos observados. Este ruido es el responsable de que esta hipótesis no haya resultado verificada.

Partiendo, pues, de los datos obtenidos mediante el análisis cualitativo de la producción de cada paciente, hemos visto que un paciente tiene perdido el procedimiento de la resta, ocho pacientes el de la multiplicación y tres pacientes el de ambos tipos de operaciones. En todos los casos, se trata de una pérdida de la capacidad de utilizar procedimientos de cálculo. Además, un paciente no puede acceder a los hechos correspondientes a la tabla de multiplicar por 9.

Disociaciones entre operaciones en los pacientes con DTA han sido señaladas por diversos autores. Así, el paciente GC de Grafman y otros (1989), el paciente VP de Van Harskamp y Ciolotti (2001) tienen selectivamente deteriorada la habilidad de resolver las multiplicaciones simples, y en la paciente BB de Pesenti y otros (1994) la multiplicación está severamente afectada, la suma lo está menos y la resta sólo lo está ligeramente.

Todo esto viene a apoyar fuertemente la hipótesis de la segregación de las operaciones aritméticas, propuesta por Dagenbach y McCloskey (1992).

En lo que respecta a los nueve individuos del grupo CN que presentan errores sistemáticos en el procedimiento de la resta ( $N = 1$ ), de la multiplicación ( $N = 5$ ) o de ambas ( $N = 2$ ), y al que no logra acceder a la tabla de multiplicar por 9 (con 78 años y un nivel educativo superior), cabe preguntarse si se trata de una discalculia evolutiva no detectada (caso más probable de un individuo que tiene 61 años), o bien están en la primera fase de inicio de un proceso degenerativo que desbordaría los límites de la normalidad (recordemos que el más joven de los restantes tiene 79 años).

Desde luego, podemos plantearnos con Remond-Besuchet y otros (1999) hasta qué punto, tanto en la DTA como en los ancianos normales, las habilidades más consolidadas son más resistentes al deterioro que las restantes habilidades.

En todo caso, en relación con nuestra segunda hipótesis, el análisis cualitativo ha detectado:

- Un paciente con pérdida sistemática de hechos referentes a la tabla de multiplicar por 9.
- 12 pacientes con pérdida sistemática de algún procedimiento de cálculo.
- 40 pacientes con errores asistemáticos que reflejan un déficit del Sistema de Control Ejecutivo.

### TERCERA HIPÓTESIS

La falta de consistencia intraindividual observada en nuestros sujetos había sido señalada por Carlomagno y otros (1999), Kaufmann y otros (2001), Mantovan y otros (1999) o Semenza y otros (1997). Algunos de estos autores habían invocado un déficit del control atencional y una pérdida de recursos de procesamiento como probables responsables de los déficits de cálculo de los pacientes con DTA. Especialmente Semenza y otros (1997), tras invocar la descripción de Luria (1966) de los errores de cálculo esperables en los pacientes frontales, consideran que la discalculia de su paciente MM (caracterizada por la asistematicidad de sus errores) podría ser secundaria a un déficit de su capacidad de controlar las diferentes etapas de que constan los procedimientos de la multiplicación.

El objetivo del presente trabajo ha sido el de someter sistemáticamente a verificación esta hipótesis.

En nuestra estudio comparativo entre los pacientes y los controles en términos de las puntuaciones obtenidas por unos y otros en las tareas de la evaluación neuropsicológica de base habíamos observado que las diferencias más claramente significativas en detrimento de los pacientes se daban en aquellas tareas que requieren un mayor control atencional y una mayor cantidad de recursos de procesamiento. A saber, Dígitos en orden directo y en orden inverso, Aritmética, Semejanzas, primer ensayo de aprendizaje del TAVEC, y TMT-B. En consonancia con estos datos, Carlomagno y otros (1999) observan una correlación entre el nivel de cálculo de sus pacientes y sus puntuaciones en el TMT-B, en Dígitos en orden inverso y en Claves que serían las tareas (entre la utilizadas en su estudio) que requieren –señalan los autores– un mayor control atencional y más recursos de procesamiento.

En lo referente a Dígitos en orden directo y número de palabras recordadas en el primer ensayo de aprendizaje del TAVEC, tareas ambas en las que el almacén y el bucle fonológico parecen desempeñar un papel importante, mientras Logie, Gilhooly y Wynn (1994) consideran que dicho componente proporciona un medio de mantener la exactitud en la aritmética mental, Butterworth, Cipolotti y Warrington (1996) observan que su paciente MRF, con una amplitud atencional de tres dígitos, no presenta dificultad alguna para resolver mentalmente operaciones multidígito de suma y resta.

En cambio, las restantes tareas que en nuestro estudio arrojaron diferencias significativas (Dígitos en orden inverso, Aritmética, Semejanzas y TMT-B) requieren todas ellas un importante control atencional y un no menos importante consumo de recursos, dos componentes de la Memoria Operativa que se sabe se deterioran de modo especial en el envejecimiento normal, y resultan muy serios y rápidamente dañados en la DTA desde su comienzo.

Estos datos, procedentes del primer estudio sistemático sobre esta cuestión, parecen corroborar las reflexiones de los autores mencionados al principio de este apartado, acerca de que las alteraciones del cálculo en la DTA serían secundarias al deterioro del control ejecutivo y a la pérdida de recursos de procesamiento inherentes a esta enfermedad.



# CONCLUSIONES



*15*

CONCLUSIONES



Los análisis estadísticos de nuestros datos, complementados con un análisis cualitativo y cuantitativo de la producción de cada uno de nuestros 53 pacientes con DTA permiten llegar a las siguientes conclusiones:

1. Tanto los individuos normales como los pacientes con DTA de nuestro estudio cometieron abundantes errores asistemáticos de cálculo, que se pueden explicar en términos del deterioro de las funciones de control atencional inherente a la edad y, de un modo mucho más dramático, a la DTA.
2. Los pacientes con DTA tienden a presentar esos errores a una edad más temprana que los controles normales de su mismo grupo de edad.
3. Determinados tipos de errores asistemáticos de cálculo fueron cometidos por los pacientes con DTA con una frecuencia significativamente superior a la observada en el grupo CN.
4. Sobre ese fondo de errores de cálculo secundarios a fallos del control atencional tanto los individuos del grupo CN como los pacientes con DTA presentaron errores sistemáticos.
5. De nuevo, los pacientes con DTA tienden a presentar esos errores a una edad más temprana que los controles normales de su mismo grupo de edad.
6. Dichos errores sistemáticos ponen de manifiesto una afectación directa de los componentes del sistema de procesamiento del cálculo implicados.
7. Entre ellos, predominan claramente la pérdida sistemática de procedimientos de cálculo.
8. Dicha afectación podría estar modulada por el grado en que cada una de las diferentes habilidades de cálculo han sido consolidadas a lo largo de la vida de cada individuo.
9. Se observa una gran variabilidad interindividual en los patrones de errores, lo que interfiere con la validez de los estudios de grupo.

## EN RESUMEN

Nuestra investigación constituye el primer estudio sistemático que ha permitido poner de manifiesto que, en los pacientes con DTA estudiados aquí, se observa:

- Un fondo de errores asistemáticos de cálculo que sólo podrían ser secundarios al déficit del Sistema Ejecutivo Central, que caracteriza a estos pacientes desde el inicio de su enfermedad.
- Una serie de errores sistemáticos que destacan sobre dicho fondo, en el caso de 13/53 pacientes, y que corresponden, bien a déficit específicos de la ejecución del procedimiento de cálculo de uno o dos tipos de operación aritmética (en 12 casos) o bien del acceso a determinados hechos aritméticos (en un caso).

## INVESTIGACIÓN FUTURA

Quizá la investigación que más fructíferamente vendría a complementar a ésta sería la que ayudara a dilucidar la naturaleza de esos errores sistemáticos observados, tanto en los pacientes como en los controles normales.

Deberá ser una investigación de casos únicos, destinada a determinar si dichos errores sistemáticos observados en la única sesión de evaluación de las habilidades de cálculo en los participantes en este estudio, se mantienen a lo largo de una serie de sesiones repetidas, o bien se deben a bloqueos momentáneos, como cabría esperar en los pacientes que se encuentran en las primeras etapas de la DTA, y muy especialmente en los ancianos normales.



# ANEXOS



## ANEXO A

Diferencias significativas entre pacientes y controles en las puntuaciones obtenidas en la evaluación Neuropsicológica de base

PRUEBA	Pacientes		Controles		
	M	DT	M	DT	t
MMSE	27,54	2,29	33,40	2,29	11,04***
Dígitos Orden Directo	4,90	1,25	5,5	1,31	2,24*
Dígitos Orden Inverso	3,52	.86	4,66	1,52	4,31***
Aritmética nº aciertos	6,69	2,41	9,02	3,38	3,75***
Aritmética escrito	1,26	1,60	.64	1,16	-2,18*
Semejanzas 2 puntos	5,15	3,00	7,59	3,60	3,60**
Semejanzas elección múltiple 2 puntos	2,92	1,61	.28	1,06	-9,55***
Semejanzas elección múltiple 1 punto	1,81	1,60	0,09	0,37	-7,53***
TAVEC 1 ensayo	2,88	1,66	6,09	1,37	10,07***
TMT B	13,98	9,27	20,00	5,74	3,82***
WCST nº de categorías completas	1,77	2,00	3,50	2,10	4,07***

\*p< .05 \*\*p<.01 \*\*\*p<.001

## ANEXO B

Resumen de las diferencias significativas entre pacientes y controles en las frecuencias de comisión de diferentes tipos de errores,  $\chi^2(1, N = 95)$

ERRORES	$\chi^2$	V	Residuos tipificados
Error de operación en la resta	3,56*	,19	1,9
Error de secuencia en la multiplicación	4,89*	,22	2,2
Olvido de llevar en la suma	5,96*	,25	2,4
Error de escritura en la suma	6,22*	,25	2,5
Error de escritura en la multiplicación	5,98*	,25	2,4
Omisión operando en la suma	1,61*	,31	1,3

\*p<.05

## ANEXO C

Diferencias significativas entre pacientes y controles de los resultados del estudio comparativo de la "puntuación corregida de error" (número de errores observados/número de errores posibles) correspondiente a cada tipo de error.

TIPO DE ERROR	Pacientes		Controles		
	M	DT	M	DT	t
Error de operación en la multiplicación	3,77	10,16	0,68	3,07	-2,09*
Error de secuencia en la multiplicación	14,46	29,60	2,38	15,43	-2,56*
Olvido llevar en la suma	5,97	11,82	1,19	4,34	-2,72**
Olvido llevar en la resta	7,78	12,06	2,97	6,05	-2,35*
Error escritura en la suma	3,14	10,36	0,00	0,00	-2,20*
Omisión operando en la suma	,39	1,47	0,00	0,00	-1,93*

\*p<.05. \*\*p<.01.

## ANEXO D

Centros de los conglomerados que arrojaron diferencias significativas entre los dos grupos

VARIABLES DE ERROR	Conglomerado			
	1	2	F	sig
Omisión de operación en la multiplicación	2,80	14,29	9,43	0,003*
Error de calculo en la suma	3,80	10,71	6,71	0,012**
Error de 0, operación en la resta	0,82	14,29	30,85	0,000****
Error de 0, secuencia en la multiplicación	4,35	80,95	183,21	0,000****
Olvido llevar en la suma	4,35	16,67	7,40	0,009*
Error de escritura en la suma	1,09	16,67	18,28	0,000**
Resta menor de mayor	0,36	21,43	22,09	0,000**
Pérdida de procedimiento en la resta	1,55	6,12	5,13	0,028**
Pérdida de procedimiento en la multiplicación	0,72	4,76	5,44	0,024**
Omisión de operando en la resta	0,48	3,17	3,40	0,071**

\*p< 0,1 \*\*p<.0,5. \*\*\*p<.01. \*\*\*\*p<.001

## ANEXO E

Resultados significativos del estudio comparativo de los valores de los centros de cada conglomerado, con las puntuaciones de los pacientes en el MMSE y en las tareas incluidas en la evaluación neuropsicológica de base

	Grupo 1			Grupo 2			
	N	Media	Desviación típica	N	Media	Desviación típica	t
MMSE	46	28,02	2,61	7	24,42	1,39	3,54
WAIS Aritmética nº correctos	46	6,95	2,45	7	5,00	1,15	2,05
WAIS Aritmética realización papel/lápiz	46	0,80	1,10	7	0,14	0,37	3,04
Semejanzas 2 puntos	46	5,47	3,00	7	3,00	2,00	2,10
TAVEC ensayo 1	46	3,06	1,62	7	1,71	1,49	2,20

- AL y MA de Ferro y Bothelo (1980). Páginas 56, 83.  
BB de Pesenti y otros (1994). Páginas 84, 87, 89, 101, 103.  
BE de Hittmair-Delazer, Semenza y Denes (1994). Páginas 81, 84.  
BOO de Dehane y Cohen (1997). Páginas 66, 86, 95.  
BRI de Lemer y otros (2003). Páginas 37, 67.  
CB de Cipolotti y de Lacy-Costello (1995). Páginas 85, 88.  
DA de Hittmair-Delazer, Semenza y Denes (1994). Página 84.  
DRC de Warrington (1982). Páginas 20, 63, 83, 84.  
DT de Van Harskamp y Cipolotti (2001). Página 87.  
EP de Girelli, Luzzatti, Annoni y Vecchi (1999). Páginas 101, 102.  
FS de Van Harskamp y Cipolotti (2001). Páginas 82, 87, 88.  
FW de McCloskey (1991b). Página 73.  
GC de Grafman, Kampen, Rosenberg, Salazar y Boller (1989). Páginas 85, 100.  
HAR de McNeil y otros (1994). Página 76.  
HY de McCloskey y otros (1985). Página 90.  
IE de Sokol y otros (1989). Página 81.  
JB de McCloskey (1991b). Páginas 73, 75.  
JG de Delazer y Benke (1997). Páginas 81, 85.  
JM de Whalen y otros (2002). Páginas 76, 77, 78.  
KSR de Whalen y otros (2002). Páginas 76, 77, 78.  
LEC de Lemer y otros (2003). Páginas 37, 67.  
MAR de Dehane y Cohen (1997). Páginas 66, 86, 95.  
MM de Semenza, Micelli y Girelli (1997). Página 107.  
MRF de Butterworth, Cipolotti y Warrington (1996). Página 141.  
MT de Girelli y Delazer (1996). Páginas 83, 85, 108.  
MW de McCloskey y otros. Página 81.  
NAU de Dehane y Cohen (1991). Páginas 37, 61, 62, 63.  
NR de Noel y Seron (1993).  
Paciente de Berger. Página 85.  
Paciente de Benson y Denckla. Página 86.  
PS de Sokol, McCloskey, Cohen y Aliminosa (1992). Páginas 73, 79, 81, 83.  
RG de Dagerbach y McCloskey (1992). Páginas 84, 87, 89.  
RR de McCloskey y otros (1985). Página 57.  
SE de Renond -Besuchet y otros (1999). Página 103.  
VO de McCloskey, Caramazza y Basili (1985). Página 89.  
VP de Van Harskamp y Cipolotti (2001). Páginas 87, 103.

## GLOSARIO

- Acalculia agráfica:** Los errores de cálculo son secundario a alteraciones de la escritura.
- Acalculia aléxica:** Los errores de cálculo son secundario a alteraciones de la lectura.
- Acalculia espacial:** Los errores de cálculo se deben a déficit de la organización espacial de los operandos.
- Acalculia primaria asimbólica:** Pérdida de significado de los símbolos aritméticos.
- Acalculia primaria asintáctica:** Pérdida de capacidad de computación.
- Acalculia primaria:** No relacionada con ningún otro trastorno cognitivo.
- Acalculia secunaria:** Debida a alteraciones de la atención, la memoria o del lenguaje.
- Adivinanza sofisticada:** Según Siegler (1988), el sujeto recurre a elegir una respuesta sin compararla con el umbral.
- Agnosia digital:** Déficit de conocimiento de una de las partes del cuerpo (Benedet, 2002, p. 150).
- Agrafía:** Déficit del lenguaje escrito (Benedet, 2002).
- Anaritmética:** Acalculia primaria.
- Anomia:** Alteraciones de la producción de palabras, se manifiestan en forma de dificultad para encontrar o para producir palabras deseadas ( Benedet, 2002, p. 241).
- Código de magnitud:** Dentro del Modelo de Red de interferencia representa el tamaño numérico aproximado de la respuesta a un problema.
- Códigos físicos:** Dentro del Modelo de Red de interferencia son unidades asociativas visuales o verbales que consisten en el par de operandos, el signo de la operación y la respuesta.
- Comprensión aritmética:** Dentro de la psicología evolutiva permite desarrollar estrategias "back up", diferentes de las automatizadas, propias de los procesamientos, y participa en todos los procesos que requieren una comprensión de las relaciones aritméticas, permite hacer inferencias y establecer relaciones entre diferentes elementos de información.
- Conocimiento conceptual aritmético:** Es el conocimiento y comprensión de los principios aritméticos (por ej. la propiedad conmutativa) subyacente a las habilidades numéricas.
- Contar:** Habilidad preverbal accesible a los bebés y a los animales.
- Cuantificación:** Hecho de captar la numerosidad de un conjunto percibido y acceder al correspondiente numeron.
- Decenas:** Palabras que incluyen del diez al noventa. Representan las cantidades básicas multiplicadas por diez.
- Duración de la búsqueda:** Determina el número máximo de veces que se puede repetir una búsqueda dentro del Modelo de Distribución de Asociaciones
- Efecto de disociación de respuesta:** En las tareas de verificación de cálculo se observa que cuanto más distante es el resultado propuesto del resultado correcto, más rápidamente es clasificado como incorrecto por los sujetos.
- Efecto de error de tabla:** Las soluciones que se dan a las multiplicaciones de un dígito corresponden a soluciones a la multiplicación de uno de los operandos **presentados, por otro operando diferente al presentado.**
- Efecto de facilitación (*priming*):** Una operación se resuelve antes cuando se presenta por segunda vez. Una respuesta correcta a una operación tiene más probabilidades de ser ofrecida por el individuo como respuesta (errónea) a otra operación presentada subsiguientemente.
- Efecto de la distancia:** El tiempo necesario para decidir cuál de dos números es mayor o menor decrece suave pero progresivamente a medida que aumenta la distancia entre ellos.
- Efecto de magnitud:** El TR para resolver, tanto las tareas de comparación de magnitudes, como sumas o multiplicaciones en las que cada operando está constituido por un solo dígito, aumenta con la magnitud de los numerales, con la excepción de la suma y multiplicación de un número por si mismo.
- Efecto de respuesta relacionada:** Proporciona como solución a una operación aritmética lo que sería una respuesta correcta a otra operación diferente de la presentada.
- Efecto SNARC:** Del inglés *Spatial-Numerical Association of Response Codes*, Asociación Numérico-Espacial de los Códigos de Respuesta.

**Errores aléxicos:** De identificación de los elementos léxicos del numeral.

**Errores de secuenciación:** Originados al analizar el numeral de izquierda a derecha, o al planificar la secuencia de dígitos para su producción.

**Estimar:** Es el proceso de captar perceptualmente, de una vez y sin contarlos, el número exacto de elementos de un conjunto numeroso.

**Fuerza de la relación:** Dentro del Modelo de Red de Recuperación expresa el postulado de que las conexiones entre nodos adyacentes son más fuertes que entre nodos no adyacentes.

**Fuerza de representación:** Dentro del Modelo de Red de Recuperación valor que se rige por la acumulación de activación

**Habilidades aritméticas:** En psicología evolutiva comprenden los hechos y los procedimientos aritméticos, ambos adquiridos mediante aprendizaje.

**Hechos aritméticos:** Combinaciones de números automatizadas, almacenadas en la memoria permanente, representados en forma de red semántica específica, de la que pueden ser recuperados sin llevar a cabo ningún procesamiento de cálculo.

**Lemma:** Representación léxica, que especifica las propiedades sintácticas y las características diacríticas (tiempo, número, etc.). Levelt (1989).

**Ley de Weber -Fechner:** La desviación típica de la distribución de las magnitudes en las que se cartografían los dígitos aumenta en proporción a la magnitud media.

**Marco de palabra:** Código verbal en el que los números están representados como secuencias de palabras sintácticamente organizadas.

**Mecanismo de selección de una estrategia.** Dentro del Modelo de Distribución de Asociaciones, consiste en evaluar la fuerza de la conexión con el enunciado del problema de cada una de las estrategias que el individuo tiene almacenadas, y seleccionar la más idónea en cada caso, en virtud de la relación rapidez /exactitud que se da en ella para ese tipo de problemas.

**Modo de aproximación:** Se basa en el acceso y manipulación de un modelo mental de cantidades aproximada, similar a la línea numérica mental.

**Numeron:** Representación mental de la numerosidad.

**Numerosidad:** Cantidad numérica contable o medible.

**Operandos:** Palabras que representan "cien/tos", "mil/es", "millón/es".

**Operar (Calcular):** Se aplican a un numeron (operadores unitarios) o dos (operadores binarios) para producir un numeron diferente.

**Particulares:** Palabras que incluyen del once al quince. En español podríamos hablar de los "ces".

**Primitivos léxicos:** Palabras que incluyen del uno al nueve.

**Procedimientos aritméticos:** Conjunto de algoritmos necesarios para resolver las operaciones multidígito.

**Procesamiento léxico:** Hace referencia al procesamiento de los nombres y de los símbolos que representan los números aislados o dígitos.

**Procesamiento sintáctico:** Hace referencia al procesamiento de las reglas mediante las cuales los dígitos se combinan entre sí para formar cantidades.

**Semántica:** Consiste en la comprensión de la lógica de cada etapa del procesamiento.

**Síndrome de Gerstmann:** Síndrome que incluye agnosia digital, agrafia, desorientación izquierda derecha y acalculia.

**Sintaxis:** Conjunto de reglas que indican cómo proceder para resolver una operación.

**SOA:** Intervalo entre la presentación de dos estímulos

**Subitizar:** Es el proceso de captar perceptualmente, de una vez y sin contarlos, el número exacto de elementos de un conjunto reducido, no superior a cuatro elementos.

**Tarea de comparación de magnitudes:** Consiste en presentar dos cantidades y decir cuál es mayor o cuál es menor.

- Tarea de comprensión de símbolos aritméticos:** Se presenta uno de los símbolos y las palabras que corresponden a cada operación, para que el sujeto seleccione la que corresponde a ese símbolo.
- Tarea de elección múltiple:** Se presenta una operación de cálculo acompañada de resultado correcto entre varios resultados distractores, la tarea consiste en determinar cuál es el resultado correcto.
- Tarea de juicio de paridad:** Se presenta un estímulo numeral y la tarea consiste en decir si es par o no.
- Tarea de producción de resultado:** Se presenta una operación de cálculo y la tarea consiste en dar el resultado.
- Tarea de transcodificación:** La tarea consiste en convertir un numeral presentado en un formato (verbal auditivo o escrito, o arábigo) y convertirlo en otro.
- Tarea de verificación de cálculo:** Se presenta una operación de cálculo acompañada por un resultado y la tarea consiste en decir si éste es correcto o no.
- Umbral de fuerza:** Dentro del Modelo de Distribución de Asociaciones, Fuerza de asociación diferente para cada sujeto.



# BIBLIOGRAFÍA



## BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA

- Aberbach E (1963): "The span of apprehension as a function of exposure duration". *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, 2, 60-64.
- Ansari, D., y Karmiloff-Smith, A. (2002): "Atypical trajectories of number development: a neuroconstructivist perspective". *Trends in Cognitive Sciences*, 6, 511-516.
- American Psychiatric Association (1995): *Diagnostic and statistical manual of mental disorders*. DSM-IV. Washington, D. C.: American Psychiatric Association.
- Ardila, A., y Rosselli, M. (2002): "Acalculia and Dyscalculia". *Neuropsychology Review*. Vol 12, nº 4, 179-231.
- Ashcraft, M. H. (1983): "Simulating network retrieval of arithmetic facts". *Learning Research and Developmental Center Publication Series ( No. 1983/10)*, University of Pittsburgh.
- (1987): "Children's Knowledge of simple arithmetic: A developmental model and simulation". In J. Bisanz, C.J. Brainerd y R. Kail (eds.): *Formal methods in developmental research* (302-338). New York: Springer-Verlag.
- (1992): "Cognitive arithmetic: a review of data and theory". *Cognition*, 44, 75-106.
- Ashcraft, M. H., y Battaglia, J. (1978): "Cognitive arithmetic: Evidence for retrieval and decision processes in mental addition". *Journal of Experimental Psychology: Human Learning and Memory*, 4, 527-538.
- Ashcraft, M. H., y Stazyk, E. H. (1981): "Mental addition: A test of three verification models". *Memory and cognition*, 9, 185-196.
- Baddeley, A. D.; Logie, R. H.; Bress, S.; Della Sala, S., y Spinnle, H. (1986): "Dementia and working memory". *Quarterly Journal of experimental Psychology*, 38, 603-618.
- Basso, A.; Burgio, F., y Caporali, A. (2000): "Acalculia aphasia and spatial disorders in left and right brain-damaged patients". *Cortex*, 36, 265-280.
- Becker, J. T. (1988): "Working memory and secondary memory deficits in Alzheimer disease". *Journal of clinical and experimental neuropsychology*, 10, 739-753.
- Benedet, M. J. (2002). *Fundamento teórico y metodológico de la Neuropsicología cognitiva*. Madrid: Ministerio de Trabajo y Asuntos Sociales.
- (2006): *Acercamiento neurolingüístico a las alteraciones del lenguaje* (Vol. I). Madrid: EOS.
- (2006): *Acercamiento neurolingüístico a las alteraciones del lenguaje* (Vol. II). Madrid: EOS.
- Benedet, M. J., y Alejandre, M. A. (1998): *Test de Aprendizaje Verbal España-Complutense* (TAVEC). Madrid: TEA.
- Benson, D. F., y Denckla, M. B. (1969): "Verbal paraphasia a source of calculation disturbance". *Archives of Neurology*, 21, 96-102
- Benson, D. F. y Weir, W. F. (1972): "Acalculia: acquired anarithmetia", *Cortex*, 8, 465-472.
- Berger, H. (1926): "Über Rechenstörungen bei Herderkrankungen des Groshirns". *Archiv für Psychiatrie Neverkrankheiten*, 87, 527-570.
- Bermejo, F., y Del Ser, T. (1993): *Demencias. Conceptos actuales*. Ediciones Díaz de Santos.
- Blanken, G.; Dorn, M., y Sinn, H. (1997): "Inversion errors in Arabic number reading: Is there a nonsemantic route?". *Brain and cognition*, 4, 404-423
- Butterworth, B.; Cappelletti, M., y Kopelman, M. D. (2001): "Category specificity in reading and writing: The case of number words". *Nature Neuroscience*, 4, 784-786.
- Butterworth, B.; Cipolotti, L., y Warrington, E. K. (1996): "Short- term memory impairment and arithmetical disability". *The quarterly journal of experimental psychology*, 49, 251-262.
- Butterworth, B.; Zorzi, M.; Girelli, L., y Jockheere, A. R. (2001): "Storage and retrieval of addition facts: The role of number comparison". *The quarterly journal of experimental psychology*, 54 A (4), 1005-1029.
- Campbell, J. I. D. (1987): "Production, verification and priming of multiplication facts". *Memory and cognition*, 15, 349-364.
- (1990a): "Format specific calculation processes: A cure for common- code". *The University of Western Ontario Centre for Cognitive Science, Cogmen*, 43.

- Campbell, J. I. D. (1990 b): "Retrieval inhibition and interference in cognitive arithmetic". *Can. J. Psychol.* 44, 445-464.
- (1991): "Conditions of error priming in number-fact retrieval". *Memory and cognition*, 19, 197-207.
- (1998): "Linguistic influences in cognitive arithmetic: comment on Noel, Fias and Brysbaert (1997)". *Cognition*, 67, 353-364.
- Campbell, J. I. D., y Graham, D. J. (1985): "Mental multiplication skill: Structure, process, and acquisition". *Canadian Journal of Psychology*, 39, 338-366.
- Campbell, J. I. D., y Oliphant, M. (1992): "Representation and retrieval of arithmetic facts: A network-interference model and simulation". In J.I.D. Campbell (Ed.). *The nature and origins of mathematical skills*, 331-364. Amsterdam: Elsevier
- Campbell, J. I. D., (1994): "Architectures for numerical cognition". *Cognition*, 53, 1-44.
- (1995): "Mechanisms of Simple Addition and Multiplication: A Modified Network-interference. Theory and Simulation". *Mathematical Cognition*, 1(2), 121-164.
- (1997): "On the relation between skilled performance of simple division and multiplication". *Journal of Experimental Psychology: Learning, memory and Cognition*, 23, 1140-1159.
- (1999): "Division by multiplication". *Memory and cognition*, 27 (5), 791-802.
- Campbell, J. I. D., y Clark, J. M. (1988): "An encoding complex view of cognitive number processing: Comment on McCloskey, Sokol and Goodman (1986)". *Journal of Experimental Psychology, General*, 117, 204-214.
- (1989): "Time course of error priming in number -fact a retrieval: Evidence for excitatory and inhibitori, mechanisms". *Journal of experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 15, 920-929.
- (1992): *Cognitive number processing: An encoding complex perspective*. In J.I.D. Campbell (Ed.). *The Nature and Origins of mathematical Skills*. 457-491. Amsterdam: Elsevier.
- Campbell, J. I. D.; Fugelsang, J. (2001): "Strategy choice for arithmetic verification: effects of numerical surface form". *Cognition*, 80, B21-B30.
- Campbell, J. I. D., y Austin, S. (2002): "Effects of response time deadlines on adults' strategy choices for simple addition". *Memory and cognition*, 30 (6), 988-994.
- Campbell, J. I. D., y Gunter, R. (2002): "Calculation, culture, and repeated operand effect". *Cognition*, 86, 71-96.
- Campbell, J. I. D.; Parker, H. R., y Doetzel, N. L. (2004): "Imperactive effects of numerical surface form and operand parity in cognitive arithmetic". *Journal of Experimental Psychology, Learning, Memory, and Cognition*, 30, 51-64.
- Cappelletti, M.; Butterworth, B., y Kopelman, M. D. (2001): "Spared numerical abilities in a case of semantic dementia". *Neruropsychologia*, 39, 1224-1239.
- Cappelletti, M.; Kopelman, M., y Butterworth, B. (2002): "Why semantic dementia drives you to the dogs (but not to the hoses): A theorical account". *Cognitive neuropsychology*, 19 (6), 483-503.
- Caramazza, A., e Hillis. A. E. (1990): "Levels of representation, co-ordinate frames, and unilateral neglect". *Cognitive Neuropsychology*, 7, 391-445.
- Caramazza, A., y McCloskey, M. (1987): "Dissociations of calculation proceses: G.D. and X.S. (Ed.). *Mathematical Disabilities: A cognitive neruropsychological perspective*, 221-234. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associate,.
- Carlomagno, S.; Lavaronne, A.; Nolfè, Bourène, G.; Martín, C.; Deloche, G. (1999): "Dyscalculia in the early stages of Alzheimer disease". *Acta Neurológica Scandinavica*, 99: 166-174.
- Cipelotti, L. (1995): "Múltiple routes of reading words, why not numbers? Evidence from a case of Arabic numeral dyslexia". *Cognitive neuropsychology*, 12, 313-342.
- Cipelotti, L., y Butterworth, B. (1995): "Toward a multiroute model of number processing: Impaired number transcoding with preserved calculation skills". *Journal of Experimental Psychology: General*, 124, 375-390.
- Cipelotti, L., y Van Harskamp, N. (2001): "Disturbance of number processing and calculation". In F. Boller y J. Grafman (Ed.) *Handbook of neuropsychology*. Amsterdam: Elsevier.
- Cipelotti, L., y Lacy Castello, A. (1995): "Selective impairment for simple division". *Cortex*. 31, 433-449.
- Cipelotti, L.; Butterworth, B., y Denes, F. (1991): "A specific deficit for numbers in a case of dense acalculia". *Brain*, 114, 2619-2637.

- Cipolotti, L.; Butterworth, B., y Warrington, E. K. (1994): From "one thousand nine hundred and forty five" to 1000, 945. *Neuropsychologia* 32, 503-509.
- Clark, J. M., y Campbell, J. I. D. (1991): "Integrated versus modular theories of number skills and acalculia". *Brain and cognition*, 17, 204-230.
- Cohen, L. y Dehaene, S. (1991): "Neglect dislexia for numbers? A case reports". *Cognitive Neuropsychology*, 8, 39-58.
- (1994): "Amnesia for arithmetic facts: A single case study". *Brain and Language*, 214-232.
- (1995): "Number processing in pure alexia: the effect of hemispheric asymmetries and task demands". *Neurocase*. 1, 121,137
- (1995), (en prensa): "Number processing in pure alexia: the effect of hemispheric asymmetries and tasks demands". *Neurocase*, 1, 121-137.
- (1995): "La lecture des nombres dans l'alexie pure: effect de la tâche et de la spécialisation hémisphérique". *Rev. Neuro.* 151: 8-9, 480-485.
- (2000): "Calculating without reading: Unsuspected residual abilities in pure alexia". *Cognitive Neuropsychology*, 17, 563-583.
- Cohen, L.; Dehaene, S., y Verstichel, P. (1994): "Number words and non-words. A case of deep dyslexia extending to arabic numerals". *Brain*, 117: 267-27.
- Cohen, R. (1961): "Dyscalculia". *Archives of Neurology*, 4, 79-85.
- Coltheart, M.; Curtis, B.; Atkins, P., y Haller, M. (1993): "Models of reading aloud. Dual-route and parallel-distributed processing approaches". *Psychological Review*, 100, 589-608.
- Chertkov, H., y Bub, D. (1990): "Semantic memory loss in Alzheimer- type dementia". En M. F. Schwartz (Ed.). 9 *Modular deficits in Alzheimer- type dementia*. 207-244. Cambridge, MA: MIT press.
- Dagenbach, D., y McCloskey, M. (1992): "The organization of arithmetic facts in memory: Evidence from a brain damage patient". *Brain and cognition*, 20, 345-366.
- Dehaene, S. (1989): "The psychophysics of numerical comparison: A reexamination of apparently incompatible data". *Perception and psychophysics*, 45, 557-566.
- (1992): "Varieties of numerical abilities". *Cognition*, 44, 1-42.
- (1996): "The organization of brain activations in number comparisons: event related potentials and the additive-factors method". *Journal of Cognitive Neuroscience*, 8: 1, 47-68.
- (1997): "¿Cómo calcula nuestro cerebro?" *Investigación y Ciencia*, oct., 46-53.
- Dehaene, S., y Cohen, L. (1991): "Two mental calculation systems: a case study of severe acalculia with preserved approximation". *Neuropsychologia*, 29: 11, 1045-1074.
- (1995): "Towards an anatomical and functional model of number processing". *Mathematical Cognition*, 1 (1), 83-120.
- (1994): "Dissociable mechanisms of subitizing and counting: Neuropsychological evidence from simulating patients". *Journal of experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 16 (3), 626-641.
- (1997): "Cerebral pathways for calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic". *Cortex*, 33, 219-250.
- Dehaene, S., y Changeux, J. P. (1993): "Developmental of elementary numerical abilities: A neuronal model". *Journal of cognitive Neuroscience*, 5, 390-407.
- Dehaene, S.; Dupoux, E., y Mehler, J. (1990): "Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison". *Journal experimental Psychology: Human, Perception and Performance*, 16, 626-641.
- Dehaene, S.; Spelke, E.; Pinel, P.; Stanescu, R., y Tsivkin, S. (1999): "Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain imaging evidence". *Science*, 284, 970-974.
- Dejerine, J. (1892): "Contribution à l'étude anatomo-pathologique et clinique des différentes variétés de cécité verbale". *C.R. Séance Société Biologique*, 4, 61-90.

- Delôche, G., y Seron, X. (1982a): "From one to 1: An análisis of a transcoding process by means of neuropsychological data". *Cognition*, 12, 119-149.
- Delôche, G., y Seron, G. (1982b): "From three to 3: A differential análisis of skill in transcoding quantities between patients with Brocca's and Wernicke's aphasia". *Brain*, 105, 719-733.
- Delôche, G., y Seron, X. (1987): *Mathematical disabilities. A cognitive neuropsychological perspective*. Hillsdale (NJ): LEA.
- Deloche, G.; Hannequin, D.; Carlomagno, S.; Agniel, A.; Dordain, M.; Pasquier, F.; Pelat, J.; Denis, P.; Desi, M.; Beaucahmp, D.; Metz-Lutz, M. N.; Cesaro, P., y Seron, X. (1995): "Calculation and number processing in mild Alzheimer's disease". *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 17, 634-639.
- Delôche, G.; Seron, X.; Larroque, C.; Metz-Lutz, C.; Noel, M.; Riva, I.; Schills, J. P.; Dordai, M.; Ferrand, I.; Baeta, E.; Basso, A.; Cipolotti, L.; Claros Salinas, D.; Horward, D.; Gaillard, F.; Golderberg, C.; Mazzuchi, A.; Stachowiac, F.; Tzavaras, A.; Vendrel, J.; Bergego, C., y Pradat-Diehl, P. (1994): "Calculation and number processing: Assesment battery: role of demographic factors". *Journal of Clinical and Experimental Neuropsychology*, 16, 195-208.
- Déjérine, J. (1891): "Sur un cas de cécité verbale avec agraphie, suivi d'autopsie". *CR Seanc Soc Biol.*, 3, 197-201.
- (1892): "Contribution à l'étude anatomo-pathologique et clinique des diferentes variétés de cécité verbale". *C R Seanc Soc Biol.*, 4, 61-90.
- Delôche, G., y Seron, X. (1987): "Numerical transcoding: A general production model". En G. Deloche y X. Seron (Ed.). *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective* 137-170. Hillsdale, N. J.: LEA.
- Diesfeldt, H. F. A. (1993): "Progressive decline of semantic memory with preservation of number processing and calculation". *Behavioural neurology*, 6, 239-242.
- Duverne, S.; Lemaire, P., y Michel, B. F. (2003): "Alzheimer's disease disrupt arithmetic fact retrieval processes but not arithmetic strategy selection". *Brain and cognition*, 52, 302-318.
- Eliasberg, W., y Feuchtwanger, E. (1922): "Zur psychologischen Untersuchung und Theorie des erworbenen Schwachsinn", *Zeitschrift für die Gesamte Neurologie und Psychiatrie*, 75, 516-595.
- Ferro, J. M., y Botello, M. A. S. (1980): "Alexia for arithmetical signs: A cause of disturbed calculation". *Cortex*, 16, 175-180.
- Folstein, M. F.; Folstein, S. E.; McHugh, P. R. (1975): "Mini Mental State. A practical method for grading the cognitive state of patients for the clinician". *Journal of Psychiatric Research*, 12, 189-198.
- Gallistel, C. R., y Gelman, R. (1991): "The preverbal counting process". In W.E. Kessen, A. Ortony y F. I. M. Craik (Ed.), *Thoughts, memories and emotions: Essays in honor of George Mandler* (65-81). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- (1992): "Preverbal and verbal counting and computation". *Cognition*, 44, 43-74.
- Geary, D. C.; Widaman, K. F., y Little, T. D. (1986): "Cognitive addition and multiplication: evidence for a single memory network". *Memory and cognition*, 14, 478-487.
- Gelman, R., y Gallistel, C. R. (1978): "The child's understanding of number". *Cambridge, MA: Harvard University Press*.
- Gibbon, J. (1977): "Scalar expectancy theory and Weber's law in animal timing". *Psychological Review*, 84, 279-335.
- Girelli, L., y Delazer, M. (1996): "Subtraction bugs in an acalculic patient". *Cortex*, 32, 547-55.
- (1999): "Differential effects of verbal verbal paraphasias on calculation". *Brain and language*, 69, 361-364.
- (2001): "Numerical abilities in dementia". *Aphasiology*, 15, 681-694.
- Girelli, L.; Delazer, M.; Semenza, C., y Genes, G. (1996): "The representation of arithmetical facts: Evidence from two rehabilitation studies". *Cortex*, 32, 49-66.
- Girelli, L.; Luzzatti, C. L.; Annoni, G., y Vecchi, T. (1999): "Progressive decline in numerical skills in Alzheimer's-type dementia: A case study". *Brain and Cognition*, 40, 132-136.
- Goodglass, H., y Kaplan, E. (1972): *Assessment of aphasia and related disorders*. Filadelfia: Lea & Febiger. V. esp. Madrid: Panamericana, 1996 (2ª ed.).
- Goodglass, H.; Klein, B.; Carey, P., y Jones, K. J. (1966): "Specific semantic word categories in aphasia". *Cortex*, 2, 74-89.
- Grafman, J. (1988): *Acalculia Handbook of Neuropsychology*, Vol. 1, 415-431. Elsevier, B.V. (Biomedical Division).

- Grafman, J.; Passafiume, D.; Faglioni, P., y Boller, F. (1982): "Calculation disturbance in adults with focal hemispheric damage". *Cortex*, 18, 37-50.
- Grafman, J.; Kampen, D.; Rosenberg, J.; Salazar, A. M., y Boller, F. (1989): "The progressive breakdown of number processing and calculation ability: A case study". *Cortex*, 25, 121-133.
- Grober, E., y Sliwinski, M. J. (1991): "Dual-task performance in demented and nondemented elderly". *Journal of clinical and experimental Neuropsychology*, 13, 667-676.
- Groen, G. J., y Parkman, J. M. (1972): "A chronometric analysis of simple addition". *Psychological Review* 79, 329-343.
- Guttmann, E. (1936): "Congenital arithmetic disability and acalculia (Henschen)", *Br. J. Med. Psychol.*, 16, 16-35.
- Hamann, N. S., y Ashcraft, M. H. (1986): "Textbook presentations of the basic of the basic additions facts". *Cognition and instruction*, 3, 173-192.
- Heaton, R. K.; Chelune, G. J.; Talley, J. L.; Kay, G. G., y Curtiss, G. (1993): *Wisconsin Card Sorting Test*. Odessa (FL): PAR. Versión española, Madrid: TEA, 1997.
- Hécaen, H. (1972): *Introduction à la neuropsychologie*. París: Larousse.
- Hécaen, H.; Angelergues, R., y Houillier, S. (1961): "Les variétés cliniques des acalculies au cours des lésions rétro-rolandiques: Approche statistique du problème". *Revue Neurologique*, 2, 85-103.
- Henschen, S. E. (1919): Über Sprach-, "Musik- und Rechenmechanismen und ihre Lokalisation im Großhirn". *Zeitschrift für die Gesamte Neurologie und Psychiatrie*, 52, 273 – 298.
- (1920): *Klinische und anatomische Beiträge zur Pathologie des Gehirns*. Estocolmo: Nordiska Bokhandeln.
- Hillis, A. E. (2002): *The handbook of adult language disorders* ( 3-14). Hove (RU): Psychology Press.
- Hittmair-Delazer, M.; Semenza, C., y Denes, G. (1994): "Concepts and facts in calculation". *Brain*, 117: 715-728.
- Hittmair-Delazer, M.; Sailer, U., y Benke, Th. (1995): "Impaired arithmetic facts but intact conceptual knowledge – A single-case study of dyscalculia". *Cortex*, 31, 139-147.
- Hittmair-Delazer, M.; Domahs, F.; Lochy, A.; Karner, E.; Benke, T.; Poewe, L. (2004): *Neuropsychology* 42, 1050-1062.
- Jackson, J. H. (1874): "On the nature of the duality of the brain". *Medical Press and Circular*, 1, 19, 41, 63 (Reimpresión de 1915 en *Brain*, 38, 80-103).
- Jackson, M., y Warrington, E. K. (1986): "Arithmetic skills in patients with unilateral cerebral lesion". *Cortex*, 22, 611-620.
- Kahn, H. J., y Whitaker, H. A. (1991). "Acalculia an historical review of localization". *Brain and Cognition*, 17, 102-115.
- Kaufmann, E. L., y Delazer, M. (1998): *Number comparison, dot counting and arithmetic in Alzheimer patients*. 16<sup>th</sup> European Workshop on Cognitive Neuropsychology. Bressanone (Italia).
- Kaufman, E. L.; Lord, M. W.; Reese, T. W., y Volkman, J. (1949): "The discrimination of visual number". *American Journal of Psychology*, 62, 498-525.
- Kaufmann, E. L.; Montañés, P.; Jacquier, M.; Matallana, D.; Eibl, G. y Delazer, M. (2001): "About the relationship between basic numerical processing and arithmetics in early Alzheimer's disease". *Brain and Cognition*, 48, 398-405.
- Kessler, J., y Kalbe, E. (1996): "Griten numeral transcoding in patients with Alzheimer's disease". *Cortex*, 32, 755-761.
- Klahr, D., y Wallace, J. G. (1973). "The role of quantification operators in the development of conservation". *Cognitive Psychology*, 4, 301-327.
- Kolers, P. A. (1968): "Bilingualism and information processing". *Scientific American*, 218, 78-86.
- Lampl, Y.; Eshel, Y.; Gilad, R., y Sarova-Pinhas, I. (1994): "Selective acalculia with sparing of the subtraction process in a patient with left parietotemporal hemorrhage". *Neurology*, 44, 1759-1761.
- LeFevre, J. A., y Morris, J. (1999): "More on the relation between division and multiplication in simple arithmetic: Evidence for mediation of division solutions via multiplication". *Memory and cognition*, 27 (5), 803-812.
- LeFevre J. A., Bisanz, J., y Mrkonjic, L. (1988). Cognitive arithmetic: Evidence for obligatory activation of arithmetic facts. *Memory and cognition*, 16, 45-53

- Lemer, C.; Dehaene, S.; Spelke, E., y Cohen, L. (2003): "Approximate quantities and exact number words: dissociable systems". *Neuropsychologia*, 41, 1942-1958.
- Levelt, W. J. M. (1989): *Speaking: From intention to articulation*. Cambridge (MA): MIT Press.
- Levin, H. S., y Spiers, P. H. (1985): "Acalculia". En K.M. Heilman y E. Valenstein (Ed.), *Clinical neuropsychology* (97-114). New York: Oxford University Press.
- Lewandowsky, M., y Stadelman, E. (1908): "Über einen bemerkensweter Fall von Hirnblutung und über Rechenstörungen bei Herderkrankung des Gehirns", *Journal Psycho. Neurol.* 11, 249-265.
- Logie, R. H.; Gilhooly, K. J., y Wynn, W. (1994): "Counting on working memory in arithmetic problem solving". *Memory and Cognition*, 22, 395-410.
- Lucchelli, F., y De Renzi, E. (1993): "Primary dyscalculia after a medial frontal lesion of the left hemisphere". *Journal of Neurology, Neurosurgery and Psychiatry*, 56, 304-307.
- Luria, A. R. (1966): *The higher cortical functions in man*. New York basic Book.
- Mandler, G., y Shebo, B. J. (1982): Subitizing: "An anaysis of its componente proceses". *Journal of Experimental Psychology: General*, 111, 1-22.
- Mantovan, M. C.; Delazer, M.; Ermani, M., y Denes, G. (1999): "The breakdown of calculation procedures in Alzheimer disease". *Cortex*, 35, 21-38.
- Marie, P.; Bouttier, M.; Bailey, P. ( 1924): "La planotopokinésie: étude sur les erreurs d'exécution de certains mouvements dans leurs rapports avec la représentation spatiale". *Rev. Neurol.* 1922; 38: 505-517.
- Marshall, J. C., y Newcombe, F. (1973): "Patterns of paralexia: a psycholinguistic approach". *Journal of Psycholinguistic Research*, 2, 175-199.
- Marterer, A.; Danielczyk, W.; Simanyi, M., y Fisher, P. (1996): "Calculation abilities in dementia of Alzheimer's type and in vascular dementia". *Archives of Gerontology and Geriatrics*, 23, 189-197.
- Martin, A. (1990): "Neuropsychology of Alzheimer's disease: The case for subgroups". En M. F. Schwartz (Ed.). *Modular deficits in Alzheimer-type dementia* (143-175). Cambridge (MA): MIT.
- McCarthy, R. A., y Warrington, E. (1984): "A two route model of speech production: Evidence from aphasia". *Brain*, 107, 463-485.
- McCarthy, R., y Warrington, E. K. (1990): *Cognitive Neuropsychology*. Londres: Academic Press.
- McCloskey, M. (1992): "Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia". *Cognition*, 44, 107-157.
- McCloskey, M.; Caramazza, A., y Basili, A. (1985): "Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia". *Brain and Cognition*, 4, 171-196.
- McCloskey, M.; Aliminos, D., y Macaruso, P. (1991a): "Theory -based assesmente of acquired dyscalculia". *Brain and Cognition*, 17, 285-308.
- McCloskey, M.; Aliminos, D., y Sokol, S. M. (9991b): "Facts, rules and procedures in normal calculation: Evidence from multiple single patient studies of impaired arithmetic fact retrieval". *Brain and Cognition*, 17, 154-203.
- McCloskey, M.; Sokol, S. M., y Goodman, R. A. (1986): "Cognitive processes in verbal number production: Interferences from the performance of brain damage subjects". *Journal of Experimental Psychology: General*. 115, 307-330.
- McKhan, G.; Drachman, G.; Folstein, M.; Katzman, R.; Price, D., y Stadlan, E. M. (1984): "Clinical diagnosis of Alzheimer`s disease Report of the NINCDS-ADRDA work group under the auspices of Department of Health and Human Services Task Force on Alzheimer`s disease". *Neurology*, 34, 939-944.
- McNeil, J. E., y Warrington, E. (1994): "A dissociation between addition and substraction with written calculation". *Neuropsychologia*, 32, 717-728.
- Mesulam, M. M. (1985): *Principles of behavioral neurology*. Filadelfia: F. A. Davis.
- Miller, K.; Perlmutter, M., y Keating, D. (1984): Cognitive arithmetics: Comparison of operations. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, 10, 46-60.

- Moyer, R. S., y Landauer, T. K. (1967): "Time required of judgments of numerical inequality". *Nature*, 215, 1519-1520
- Noel, M. P., y Seron, X. (1993): "Arabic number reading deficit: A single case study". *Cognitive Neuropsychology*, 10, 317-339.
- (1995): "Lexicalization errors in writing arabic numerals: a single case study". *Brain and Cognition*, 29, 151-179.
- Parlato, V.; López, O. L.; Panisset, M.; Lavarone, A.; Grafman, J., y Boller, F. (1992): "Mental calculation in mild Alzheimer's disease: a pilot study". *International Journal of Geriatric Psychiatry*, 7, 599-602.
- Pesenti, M.; Seron, X., y Van Der Linden, M. (1994): "Selective impairments as evidence for mental organisation of arithmetical facts: BB, a case of preserved subtraction?" *Cortex*, 30, 661-671.
- Pesenti, M.; Seron, X., y Noel, M. P. (2000): "Les troubles du calcul et du traitement des nombres". *Traite de Neuropsychologie clinique*, 355-371.
- Pesenti, M.; Thioux, M.; Samson, D.; Bruyer, R., y Seron, X. (2000): "Number processing and calculation in a case of visual agnosia". *Cortex*, 36, 377-400.
- Phenix, T., y Campbell, J. I. D. (2004): "Effects of multiplication practice on product verification: Integrated structures model or retrieval-induced forgetting?" *Memory and Cognition*, 32 (2), 324-335.
- Power, R. J. D., y Longuet-Higgins, J. C. (1978): "Learning to count: A computational model of language acquisition". *Proceedings of the Royal Society of London*, 200, 391-417.
- Power, R. J. D., y Dal Martello, M. F. (1990): "The dictation of Italian numbers". *Language and cognitive processes*, 5, 237-254.
- Remond-Besuchet, C.; Noël, M. P.; Seron, X.; Thioux, M.; Brun, M., y Aspe, X. (1999): "Selective preservation of exceptional arithmetical knowledge in demented patient". *Mathematical Cognition*, 5, 1, 41-63.
- Resnick, L. (1982): "Syntax and semantic in learning to subtract". In T. Carpenter, J. Moser and T. Romberg (Eds.). "Addition and Subtraction: A cognitive perspective", *Cp* 10, 136-155. Hillsdale, N. J.: Earlbaum.
- Resnick, L. B. (1983): "A developmental theory of number understanding". In H. Ginsburg (Ed.). *The development of mathematical thinking* (109-151). New York: Academic Press.
- Restle, F. (1970): "Speed of adding and comparing number". *Journal Experimental Psychology*, 83, 274-278.
- Rey, A. (1942): "L'examen psychologique dans les cas d'encéphalopathie traumatique". *Archives de Psychologie*, 28, 286-340.
- Rossor, M. N.; Warrington, E. K., y Cipolotti, L. (1995): "The isolation of calculation skills". *Journal of Neurology*, 242, 78-81.
- Roudier, M.; Marcie, P.; Podrabinek, N.; Lamour, Y.; Payan, Ch., y Fermanian, J. (1991): "Cognitive functions in Alzheimer's disease: Interaction of cognitive domains". *Developmental Neuropsychology*, 7 (2), 231-241.
- Remond-Besuchet, C.; Noël, M. P.; Seron, X.; Thioux, M.; Brun, M., y Aspe, X. (1999): "Selective preservation of exceptional arithmetica knowledge in a demented patient". *Mathematical Cognition*, 5, 41-63.
- Resnick, L. (1982): "Sintax and Semantics in learning to subtract". In Carpenter, J., Moser and T. Romberg (Ed.), "Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective". *Ch*, 10, Hillssdale, NJ Erlbaum.
- Saffran, Fitzpatrick-De Salme y Costello (1990). *Visual Disturbances in Dementia*. Schwartz, M. (297-327). Cambrigde MAT
- Shallice, T., y Warrington, E. K. (1980): "Single and multiple component central dislexic syndromes". En M. Coltheart, K. Patterson, y J.C. Marshall (Ed.) *Deep dyslexia*, London:Routledge
- Schwartz, M. F. (1990). *Modular deficits in Alzheimer-type dementia*. Cambridge (MA): MIT.
- Schwartz, M., y Chawluk, J. (1990): "Deterioration of language in progressive aphasia: A case study". In M.F. Schwartz (Ed.), *Modular deficits in Alzheimer-type dementia*. Cambrigde Univ. Press.
- Schwartz, M. F.; Marin, O. S. M., y Saffran, E. M. (1979): "Dissociations of language function in dementia: a case study". *Brain and Language*, 7, 277-306.
- Semenza, C.; Micelli, L., y Girelli, L. (1997): "A déficit for arithmetical procedures: lack of knowledge or lack of monitoring?". *Cortex*, 33, 483-498.

- Seron, X., y Deloche, G. (1984): "From 2 to two: An analysis of transcoding processes by means of neuropsychological evidence". *Journal of Psycholinguistic Research*, 13, 215-235.
- Seron, X.; Deloche, G.; Ferrand, I.; Cornet, J. A.; Frederix, M., y Hirsbrumer, T. (1991): "Dot counting by brain damaged subjects". *Brain and Cognition*, 17, 116-137.
- Siegler, R. S. (1988): "Strategy choice procedures and development of multiplication skill". *Journal of Experimental Psychology: General*, 117, 258-275.
- Siegler, R. S., y Jenkins, E. A. (1989): *How childrens discover new strategies*. Hillsdale, N.J. Erlbaum.
- Siegler, R. S., y Shrager, J. 1984: *A model of strategy choice (229-293)*. En C. Sophian (Ed.) *Origins of cognitive skills*. Hillsdale, N. J. Erlbaum.
- Singer, H. D., y Low, A. A. (1933): "Acalculia (Henschen): A clinical study". *Archives of Neurology and Psychiatry*, 29, 476-498.
- Sitting, O. (1919): Ubre Storungen des Ziffernscheibens bei Aphasischen. *Zeitschrift fur Pathoychologie*, 3, 298-306.
- Sokol, S., y McCloskey, M. (1988): "Levels of representation in verbal number production". *Applied Psycholinguistics*, 9, 267-281.
- (1991): "Cognitive mechanisms in calculation". In R. Sternberg y P.A. Frensch (Ed.). *Complex problem solving: Principles and mechanisms* (pp 85-116). N. J. Erlbaum.
- Sokol, S. M.; McCloskey, M., y Cohen, N. J. (1989): "Cognitive representations of arithmetic Knowledge: Evidence from acquired dyscalculia". In A. F. Bennet y K. M. McConkie (Eds.). *Cognition in individual and social contexts* (pp 577-591). Amsterdam: Elsvier.
- Sokol, S.; McCloskey, M.; Cohen, N. J., y Aliminosa, D. (1991): "Cognitive representations and processes in arithmetic: Interferences from the performance of brain-damage subjects". *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 17, 3, 335-376.
- Spiers, P. A. (1987): "Acalculia revisited: Current issues". In G. Deloche y X. Seron (Ed.), *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective* (1-25.) Hillsdale, NJ: Eribaum.
- Stazyk, E. H.; Ashcraft, M. H., y Hamann, M. S. (1982): "A network approach to simple multiplication". *Journal of experimental Psychology: Learning, Memory, and Cognition*, 8, 320-335.
- Tegner, R., y Nybäck, H. (1990): "To hundred and twentyfour: a study of transcoding in dementia". *Acta Neurology Scandinavica*: 81 00-00 . 177-178.
- Thioux, M.; Ivanoui, A.; Turconi, E., y Seron, X. (1999): "Intrusión of the verbal code during the production of arabic numerals: A single case study in a patient with probable alzhjeimer disease". *Cognitive Neuropsychology*, 16 (8), 749-773.
- Thorndike, E. L. (1922): *The psychology of arithmetic*. Nueva York: Macmillan.
- Vaid, J., y Corina, D. (1989): "Visual field asymetries in numerical size comparisons of digits words and signs". *Brain Lang.* 36, 117-126.
- Van Harskamp, N. J., y Cipolotti, L. (2001): "Selective impairments for addition, subtraction and multiplication. Implications for organisation of arithmetical facts". *Cortex*, 37, 363-388.
- Van Lehn, K. (1986): "Arithmetic procedures are induced from examples". En J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* , Cp 6( 133-179). Hillsdale, N. J.: Erlbaum.
- Van Lehn, K. (1990): *Mind Bugs: The origin of arithmetical Misconceptions*. Cambridge: MIT press.
- Van Oeffelen, M. P., y Vos (1982): "Configuration effects on the enumeration of dots: counting by groups". *Memory and Cognition*, 10, 396-404.
- Warrington, E. K. (1975): "The selective impairment of semantic memory". *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 27, 635-657.
- (1982): "The fractionation of arithmetical skills: A single case study". *Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 34 A, 31-51.

- Wechsler, D. (1987): *Wechsler Memory Scale-Revised (WMS-R)*. San Antonio, TX: The Psychological Corporation.
- Whalen, J.; McCloskey, M.; Lindemann, M., y Bouton, G. (2002): "Representing arithmetic table facts in memory: evidence from acquired impairments". *Cognitive Neuropsychology*, 19,6, 505-522.
- Winkelman, J. H., y Schmidt, J. (1974): "Associative confusions in mental arithmetica". *Journal of Experimental Psychology*, 102, 734-736.
- Zorzi, M.; Houghton, G., y Butterworth, B. (1998): "Two routes or one in reading aloud? A connectionist dual-process model". *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 24, 1131-1161.



## COLECCIÓN DOCUMENTOS

### Serie de Documentos Técnicos

- 21001. La accesibilidad del transporte en autobús: diagnóstico y soluciones.
- 21002. La accesibilidad del transporte en autobús: diagnóstico y soluciones. CD-ROM.
- 21003. La evaluación de los programas intergeneracionales.
- 21004. La evaluación de los programas intergeneracionales. CD-ROM.
- 21005. Calidad y dependencia. Grados de dependencia y necesidad de servicios.
- 21006. Calidad y dependencia. Grados de dependencia y necesidad de servicios. CD-ROM.
- 21007. Modelo de atención a las personas con enfermedad mental grave.
- 21008. Modelo de atención a las personas con enfermedad mental grave. CD-ROM.
- 21009. Calidad y dependencia.
- 21010. Modelo de atención a las personas con daño cerebral. CD-ROM.
- 21011. Modelos de atención a las personas con enfermedad de Alzheimer.
- 21012. Malos tratos a personas mayores y personas en situación de dependencia. Curso.
- 21013. Malos tratos a personas mayores. Aportación española a los avances internacionales.
- 21014. Modelo de Centro de Día para personas con daño cerebral adquirido.
- 21015. Modelo de Centro de Día para la atención a personas con enfermedad de Alzheimer.
- 21016. Modelo de Centro de Rehabilitación Psicosocial.
- 21017. Alteraciones en el procesamiento del cálculo en pacientes con demencia tipo Alzheimer.
- 21018. Alteraciones en el procesamiento del cálculo en pacientes con demencia tipo Alzheimer. CD-ROM.



**GOBIERNO  
DE ESPAÑA**

**MINISTERIO  
DE EDUCACIÓN,  
POLÍTICA SOCIAL Y DEPORTE**

**SECRETARÍA DE ESTADO  
DE POLÍTICA SOCIAL**



**IMSERSO**